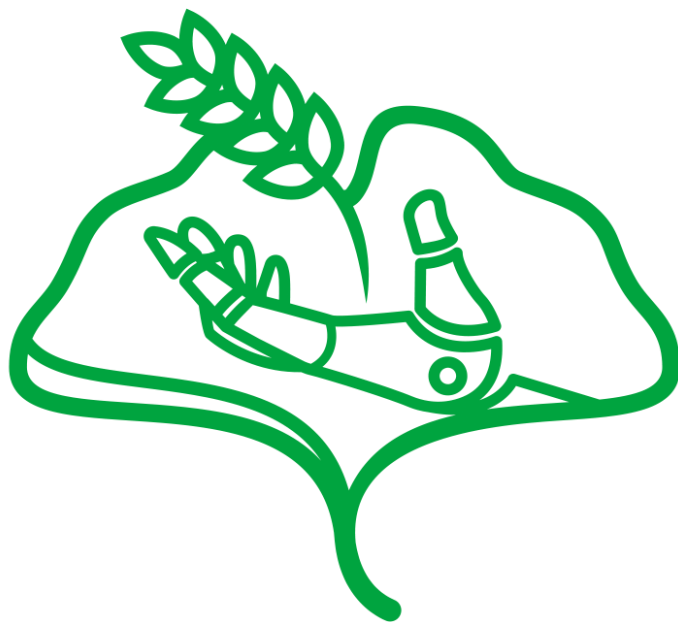


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**



**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
Інженерно-технологічний факультет**

Кафедра енергетики та електротехнічних систем

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ
конспект лекцій**

для студентів інженерно-технологічного факультету
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка»
денної та заочної форм навчання

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.2я73

Укладачі: професор кафедри енергетики та електротехнічних систем Лобода В.Б.
доцент кафедри енергетики та електротехнічних систем Чепіжний А.В.;
ст. викладач кафедри енергетики та електротехнічних систем Шевель Є.О.;
завідувач навчальною лабораторією кафедри енергетики та електротехнічних систем Василенко М.В.

Теоретичні основи електротехніки. Конспект лекцій для студентів інженерно-технологічного факультету спеціальності 141 «Електроенергетика. електротехніка та електромеханіка», денної та заочної форм навчання. – Суми: Сумський національний аграрний університет, 2023. 51 с.

У конспекті лекцій приведені теоретичні питання електротехніки, основні закони електротехніки, принципи розрахунку електричних кіл, побудову електричних кіл, проведення вимірювань показників.

Рецензенти:

- к.т.н., доцент кафедри технічного сервісу Бондарєв С.Г.;
- к.т.н., доцент кафедри енергетики та електротехнічних систем Сіренко В.Ф.

Відповідальний за випуск: к.т.н., доцент кафедри енергетики та електротехнічних систем Чепіжний А.В.

Рекомендовано до видання методичною радою інженерно-технологічного факультету протокол №6 від 23 травня 2023 року

ЗМІСТ

Лекція 1. Історія розвитку електротехніки. Роль, задачі та зміст навчальної дисципліни "Теоретичні основи електротехніки".....	6
Лекція 2. Фізичні основи електромагнітного поля та їх практичне застосування в електротехніці.....	10
Лекція 3. Рівняння максвелла та основні закони електротехніки.....	16
Лекція 4. Електричні кола та їх основні елементи, принципи аналізу і закономірності.....	22
Лекція 5. Загальний підхід до аналізу лінійних електричних кіл та методи їх розрахунку шляхом безпосереднього застосування законів Ома і Кірхгофа.....	25
Лекція 6. Метод вузлових і контурних рівнянь та метод контурних струмів.....	28
Лекція 7. Методи вузлових потенціалів та суперпозиції (накладання).....	31
Лекція 8. Теорема про активний двополюсник та метод еквівалентного генератора.....	32
Лекція 9. Передача електроенергії постійного струму по двопровідному колу.....	37
Лекція 10. Однофазні лінійні електричні кола синусоїдального змінного струму та їх основні параметри.....	39
Лекція 11. Символічний метод аналізу лінійних електричних кіл змінного струму та розрахункові операції з комплексними параметрами під час розрахунку однофазних електричних кіл змінного струму із одним джерелом електроенергії.....	42
Лекція 12. Методи розрахунку лінійних електричних кіл змінного струму за наявності декількох джерел електричної енергії.....	45
Лекція 13. Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму методом провідностей.....	48
Рекомендована література.....	50

Лекція 1. Історія розвитку електротехніки. роль, задачі та зміст навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»

1. Роль і місце дисципліни «ТОЕ» в підготовці фахівців (ЕСВ).

1.1. Електротехнікою в широкому значенні слова називається наука про практичне використання в різноманітних галузях техніки електричних і магнітних явищ. Вона складається із багатьох окремих електротехнічних галузей, таких, як “Електричні машини”, “Електроприлади”, “Автоматика”, “Електроніка та мікропроцесорна техніка”, “Контрольно-вимірювальні прилади”, “Електронні системи та мережі”. Ці навчальні дисципліни Ви також будете вивчати, але їх вивчення буде неможливим без попереднього вивчення дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” (“ТОЕ”), що є теоретичною базою усіх перелічених електротехнічних дисциплін. Таким чином, дисципліна “ТОЕ” є першою і основною дисципліною серед електротехнічних дисциплін Вашої спеціальності 6.09.1901 “Енергетика сільськогосподарського виробництва”.

1.2. Предметом вивчення дисципліни “ТОЕ” є електромагнітні явища та їх практичне використання в системі виробництва, передачі та споживання електричної енергії в сільському господарстві, а метою вивчення є набуття системи знань, умінь і навичок фундаментальної електротехнічної підготовки, необхідної для вивчення наступних електротехнічних дисциплін зі спеціальності “ЕСВ”.

При цьому основним завданням вивчення “ТОЕ” є глибоке вивчення фізичної сутності електромагнітного поля та способів його використання у електротехнічних пристроях, оволодіння сучасними методами аналізу та синтезу електромагнітних явищ і електричних кіл, знання яких необхідне для успішного рішення виробничих задач.

1.3. В результаті вивчення дисципліни Ви повинні знати закони електротехніки, методи розрахунку електромагнітних процесів в електричних колах і пристроях, методи аналізу і синтезу електричних кіл і електромеханічних полів. При цьому Ви також повинні вміти самостійно проводити експериментальні дослідження електромагнітних процесів в електричних колах і пристроях, виконувати розрахунки їх параметрів і характеристик та розв’язувати задачі аналізу і синтезу електричних кіл і пристроїв з оформленням відповідної технічної документації згідно сучасних вимог ДСТУ.

1.4. Навчальна дисципліна “ТОЕ” вивчається на другому курсі та першому семестрі третього курсу, тобто протягом трьох семестрів: 3 – го, 4 – го та 5 – го семестрів.

1.4.1. В 3 семестрі вивчається 2 змістових модуля:

- 1) “Лінійні електричні кола постійного струму”;
- 2) “Однофазні лінійні кола синусоїдного змінного струму”.

Усього в 3 семестрі передбачається: 16 лекцій, 8 лабораторних робіт та 2 розрахунково-графічних роботи (РГР) загальним об’ємом: 64 години аудиторних занять та 33 години СП.

Семестр закінчується заліком.

1.4.2. В 4 семестрі вивчається 4 змістових модуля:

- 1) “Трифазні кола змінного струму”;
- 2) “Електричні кола періодичного несинусоїдного струму”;
- 3) “Чотириполюсники і фільтри”;
- 4) “Нелінійні електричні кола”.

Усього в 4 семестрі передбачено проведення 19 лекцій, 18 лабораторних і практичних занять та 4 РГР загальним об’ємом часу 95 годин аудиторних занять та 40 годин СП.

4 семестр закінчується іспитом.

1.4.3. В 5 семестрі, на 3 курсі, вивчається також 4 змістових модулі:

- 1) “Перехідні процеси в електричних колах”;
- 2) “Електричні кола з розподіленими параметрами”;
- 3) “Аналіз і синтез електричних кіл”;
- 4) “Теорія електромагнітного поля”.

Усього в 5 семестрі передбачено проведення 24 лекцій, 9 лабораторних робіт та 3 РГР, що складає 70 годин аудиторних занять.

Закінчується 5 семестр підсумковим іспитом.

Успішне вивчення курсу “ТОЕ” базується на знаннях, що Ви отримали на 1 курсі з вищої математики та фізики.

2. Короткі відомості з історії розвитку електротехніки.

2.1 Історія виникнення науки про електротехнічні явища та зародження електротехніки, як науки з технічного використання електротехнічних явищ для виробництва і споживання електричної енергії, відноситься до далекого 1600 року, коли була опублікована перша наукова праця про магнітні та електричні явища. Автором цієї праці був англійський вчений У. Гілберт (1544 – 1603 рр.). Він вперше в історії ввів термін “електрика” та поклав початок науковим дослідженням в цій галузі. На честь його була названа одиниця виміру магніторушійної сили (М.Р.С.) в системі – Гілберт, Гб СГС $\left(Гб = \frac{10}{4\pi} A \right)$. Але

від першої праці з електротехніки пройшло майже 150 від першої праці з електротехніки років до перших електричних пристроїв, якими стали: створений в 1745 році електричний конденсатор, відомий як “лейденська банка”, (автор – Мушенбрук), а також перші електровимірювальні прилади, створені російським вченим М. В. Ломоносовим (1711 – 1765рр.). Перша наукова праця з електротехніки, що була опублікована в 1753р. російською мовою, належить також М. В. Ломоносову, який виклав в ній результати досліджень атмосферних електромагнітних явищ, що привели до винаходу громовідводу.

2.2. В 1789 р. французький вчений Шарль Кулон (1736 – 1806 рр.) відкрив закон взаємодії електричних зарядів, що названий на його ім'я разом з одиницею електричного заряду, Кулон, Кл.

2.3. В 1799 італійський вчений А. Вольта (1745 – 1827рр.) створив перше джерело постійного струму, так званий “вольтів стовп”, що складається із 20 пар Cu – Zn – кружків, розділених змоченими солоною водою прокладками з сукна. Це стало можливим завдяки його попереднім дослідженням взаємної електризації різнорідних металів (1795р.), що привело до відкриття в 1801р. так званого ряду напруги різнорідних металів. На честь А. Вольта названа одиниця виміру електричної напруги та е.р.с. – Вольт, В.

2.4. В 1802 р. російський вчений В. В. Петров (1761 – 1834рр.) відкрив електричну дугу та довів можливість її практичного використання для освітлення, плавлення та зварки металів.

2.5. В 1812 р. англійський вчений М. Фарадей (1791 – 1867рр.) встановив взаємодію магнітного поля та провідника зі струмом, що показало принципіальну можливість створення електричної машини, а в 1831р. він відкрив закон електромагнітної індукції, та створив принципіальну схему електричного генератора. На честь, Фарадея названа одиниця виміру величини ємності – Фарад, Ф.

2.6 В 1826р. французький вчений Анрі Ампер (1775 – 1836рр.) відкрив закон електромагнітної інерції, відомий як закон Ампера. На честь Анрі Ампера названа одиниця виміру величини струму – Ампер, А.

2.7. В 1827р. німецький вчений Георг Ом (1789 – 1854рр.) відкрив свій закон нерозгалуженого кола, відомий як закон Ома. На честь Георга Ома названа одиниця виміру електромагнітного опору – Ом.

2.8. В 1814р. російський вчений Еміль Ленц (1804 – 1865рр.) незалежно від англійського вченого Джеймса Джоуля (1818 – 1889рр.) одночасно з ним відкрив закон теплової дії електричного струму. Як відомо, на честь Джеймса Джоуля названа одиниця виміру енергії та роботи – Джоуль, Дж.

2.9. В 1845р. німецький вчений Густав Кірхгоф (1824 – 1887рр.) відкрив основні закони розгалужених електричних кіл, відомих як 1-й та 2-й закони Кірхгофа, які разом із законом Ома мають визначальне значення для розвитку теоретичної і практичної електротехніки.

2.10. Виключно важливе значення для створення теоретичних основ електротехніки мали дослідження послідовника Фарадея, англійського вченого Джеймса Максвелла (1831 – 1879рр.), який в 1873р. створив теорію електромагнітного поля, що містить відомі рівняння Максвелла та обґрунтування існування електромагнітних хвиль і їх розповсюдження зі швидкістю 300 000 км/с. На честь Максвелла була названа одиниця виміру магнітного потоку в системі СГС – Максвелл, Мкс. (1 Маквелл = 10^{-8} Вб). Теорія електромагнітного поля Максвелла була блискуче підтверджена німецьким вченим Генріхом Герцем (1857 – 1894рр.), дослідником електромагнітних хвиль, та російським вченим винахідником радіо Поповим О. С. (1866 – 1912рр.) і Лебедевим П. Н. (1859 – 1906рр.). На честь Генріха Герца названа одиниця виміру частоти періодичного процесу – Герц, Гц.

Вагомий внесок в розвиток теорії електромагнітного поля зробили також дослідники його електромагнітної енергії російський вчений Умов Н. А. (1846 – 1915рр.) та англійський вчений Джон Полінтінг (1852 – 1914рр.), які створили математичний апарат розрахунку енергетичного стану електромагнітного поля, відомий як Теорема Умова – Полінтінга.

2.11. Одночасно з розвитком теорії електротехніки відбувалась розробка відповідних електротехнічних пристроїв, приладів та машин, що створювались на основі застосування електротехнічних феромагнітних матеріалів, дослідженню магнітних властивостей яких присвятив свою наукову діяльність відомий російський вчений Столетов А. Г. (1839 – 1896рр.).

2.12. Першу електричну машину створив, як відомо, англійський вчений Фарадей в 1831р. Це був лише лабораторний аналог електричного генератора постійного струму. Але перший діючий генератор постійного струму вперше створив російський вчений Якобі Б. С. (1801 – 1874рр.) в 1838р., а – в 1842 році двигун постійного струму.

2.13. Створювачем машин змінного струму були також російські вчені Яблочков А. Н. (1847 – 1894рр.), який створив генератор однофазного змінного струму в 1876р. для живлення розробленої теж ним електричної свічки (1870р.), та Доліво – Добровольський М.О. (1862 – 1919рр.), який вперше запропонував 3 – фазну систему змінного струму (1889р.) та створив 3 – фазні синхронні двигуни (в 1892р.), які знайшли саме широке застосування.

2.14. Як уже згадувалось, перший освітлювальний прилад, електричну свічку, створив Яблочков А. Н. (1870р.). Але вона була малонадійна, а тому на її основі іншим російським вченим Лодигінім А. Н. (1847 – 1923рр.) була створена в 1873р. перша лампа розжарювання, подальше вдосконалення якої було зроблено видатним американським винахідником Томасом Едісоном (1847 – 1931рр.).

2.1.5. Крім перелічених вчених, великий внесок в розвиток електротехніки внесли багато інших вчених, в тому числі:

1) Німецький вчений Вернер Сименс (1816 – 1892рр.), дослідник явища залишкового магнетизму (1866р.), на честь якого названа одиниця виміру електричної провідності – Сименс, См.

2) Американський вчений Джозеф Генрі (1797 – 1878рр.), дослідник явища самоіндукції та винахідник трансформатора і електромагнітного реле, на честь якого названа одиниця виміру індуктивності – Генрі, Гн.

3) Хорватський вчений Ніколя Тесла (1856 - 1943рр.), дослідник електричних машин та ліній електропередач, винахідник так званого збільшуючого передавача Тесли (1914р.), на честь його названа одиниця виміру магнітної індукції – Тесла, Тл.

4) Німецький вчений Вільгельм Вебер (1804 – 1891рр.) дослідник електромагнітного поля та основоположник системи електротехнічних одиниць, на честь якого названа одиниця виміру магнітного потоку – Вебер, Вб.

5) Німецький фізик і математик Гаус (1777 – 1855рр.), який разом з В. Вебером досліджував електромагнітне поле, на честь його названа одиниця виміру магнітної індукції в системі СГС – Гаус, Гс ($1\text{Гс}=10^{-4}\text{Тл}$).

6) Ганс Ерстед – датський вчений, дослідник електромагнітного поля, на честь якого була названа одиниця виміру напруженості магнітного поля в системі СГС – Ерстед, (Ерстед $\approx 79,58\text{ А/М}$).

2.1.6. На основі розроблених вище переліченими вченими законів та теоретичних положень до початку ХХ сторіччя склалась наукова дисципліна “Теоретичні основи електротехніки”, яка була вперше сформульована і викладена як лекційний курс, видатним вченим та засновником цієї дисципліни: професором петербурзького політехнічного інституту В. Ф. Міткевичем (1872 – 1951рр.), та професором Московського вищого технічного училища (тепер МВТУ ім. Баумана) К.А. Кругом (1873–1952рр.). Подальший розвиток курсу “ТОЕ” пов’язаний з видатними сучасними вченими: Л. А. Бессоновим, П. А. Іонкіним, Л. Р. Нейманом, І. Е. Тамом, І. І. Атабековим, В. В. Овчаровим та іншими, які є авторами підручників з “ТОЕ”.

3. Електричне поле та взаємні перетворення енергії його складових електричного та магнітного полів і механічної енергії.

3.1. В курсі “ТОЕ” застосовується 2 підходи до відображення електромагнітних явищ: 1) за допомогою теорії кіл; 2) за допомогою теорії поля. Вибір того чи іншого підходу залежить від умов завдання.

1) **Теорія кіл** застосовується у випадках, коли електротехнічний пристрій може бути приблизно замінений ідеалізованою схемою заміщення, яка містить ділянки кола, в яких визначаються величини напруги та струмів. При цьому теорія кіл дає можливість визначення з достатньою для практики точністю: напруги між кінцями кожної ділянки кола, не розглядаючи проміжні точки, та струму, не враховуючи густину струму в різних точках перерізу провідника.

2) **Теорія полів** навпаки передбачає тільки точне визначення електричних та магнітних величин в пристрої та часу від точки до точки, враховуючи параметри середовища, так звані координати середовища (ϵ_a, μ_a, ν_a), та параметри інтенсивності електромагнітного процесу, так звані диференціальні координати (ρ_v, J, E, H, D і B), де:

$\varepsilon_a = \varepsilon \cdot \varepsilon_0$ - абсолютна діелектрична проникність $\left(\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{M} \right)$;

$\mu_a = \mu \cdot \mu_0$ - абсолютна магнітна проникність $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_n}{M} \right)$;

$\nu = \rho^{-1} = \frac{\ell}{R \cdot S} \left(\frac{Om^{-1}}{M} \right)$ - питома електрична провідність (питомий кондуктанс);

$\rho_v = \frac{q}{v} \left(\frac{K}{M^3} \right)$ - об'ємна густина заряду;

$J = \frac{I}{S} \left(\frac{A}{M^2} \right)$ - площинна густина струму;

$E_H = \frac{F}{q} \left[\frac{H}{K} = \frac{\frac{B \cdot A \cdot c}{M}}{A \cdot c} = \frac{B}{M} \right]$ - напруженість електричного поля;

$D = \frac{q}{S} \left[\frac{K}{M^2} \right]$ - електричне зміщення;

$B = \frac{\Phi}{S} \left[\frac{B\phi}{M^2} = T_l \right]$ - магнітна індукція;

$H = \frac{B}{\mu_a} \left[\frac{T_l}{\frac{\Gamma_n}{M}} = \frac{\frac{B \cdot c}{M^2}}{\frac{Om \cdot c}{M}} = \frac{A}{M} \right]$ - напруженість магнітного поля.

Контрольні питання і завдання

1. Чи може зовнішня характеристик джерела проходити через початок координат?
2. У чому полягають еквівалентність і відмінність послідовної і паралельної схем заміщення джерела?
3. Визначити індуктивність L і енергію магнітного поля W_M катушки, якщо при струмі в ній $I=20A$ потіокосцепление $\gamma=2$ Вб.
Відповідь: $L=0,1$ Гн; $W_M=40$ Дж.
4. Визначити ємність і енергію електричного поля W_E конденсатора, якщо при напрузі на його обкладаннях $U=400$ В заряд конденсатора $q=0,2$ Г 10-3 Кл.
Відповідь: $C=0,5$ мкФ; $W_E=0,04$ Дж.
5. У генератора постійного струму при струмі в навантаженні $I_1=50A$ напруга на затисках $U_1=210$ В, а при тоці, рівному $I_2=100A$, воно знижується до $U_2=190$ В.
6. Визначити параметри послідовної схеми заміщення джерела і струм короткого замикання.
Відповідь: $E = 230$ В; $R_{вн} = 0,4$ Ом; $I_{кз} = 575$ А.

Лекція 2. Фізичні основи електромагнітного поля та їх практичне застосування в електротехніці

1. Фізичні основи та закономірності електромагнітного поля

3.1. В курсі “ТОЕ” застосовується 2 підходи до відображення електромагнітних явищ: 1) за допомогою теорії кіл; 2) за допомогою теорії поля. Вибір того чи іншого підходу залежить від умов завдання.

1) **Теорія кіл** застосовується у випадках, коли електротехнічний пристрій може бути приблизно замінений ідеалізованою схемою заміщення, яка містить ділянки кола, в яких визначаються величини напруги та струмів. При цьому теорія кіл дає можливість визначення з достатньою для практики точністю: напруги між кінцями кожної ділянки кола, не розглядаючи проміжні точки, та струму, не враховуючи густину струму в різних точках перерізу провідника.

2) **Теорія полів** навпаки передбачає тільки точне визначення електричних та магнітних величин в пристрої та часу від точки до точки, враховуючи параметри середовища, так звані координати середовища (ϵ_a, μ_a, ν_a), та параметри інтенсивності електромагнітного процесу, так звані диференціальні координати (ρ_v, J, E, H, D і B), де:

$$\epsilon_a = \epsilon \cdot \epsilon_0 - \text{абсолютна діелектрична проникність} \left(\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{M} \right);$$

$$\mu_a = \mu \cdot \mu_0 - \text{абсолютна магнітна проникність} \left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M} \right);$$

$$\nu = \rho^{-1} = \frac{\ell}{R \cdot S} \left(\frac{Om^{-1}}{M} \right) - \text{питома електрична провідність (питомий кондуктанс);}$$

$$\rho_v = \frac{q}{v} \left(\frac{K}{M^3} \right) - \text{об'ємна густина заряду;}$$

$$J = \frac{I}{S} \left(\frac{A}{M^2} \right) - \text{площинна густина струму;}$$

$$E_H = \frac{F}{q} \left[\frac{H}{K} = \frac{\frac{B \cdot A \cdot c}{M}}{A \cdot c} = \frac{B}{M} \right] - \text{напруженість електричного поля;}$$

$$D = \frac{q}{S} \left[\frac{K}{M^2} \right] - \text{електричне зміщення;}$$

$$B = \frac{\Phi}{S} \left[\frac{B\phi}{M^2} = T_l \right] - \text{магнітна індукція;}$$

$$H = \frac{B}{\mu_a} \left[\frac{T_l}{\frac{\Gamma_H}{M}} = \frac{\frac{B \cdot c}{M^2}}{\frac{Om \cdot c}{M}} = \frac{A}{M} \right] - \text{напруженість магнітного поля.}$$

2. Електричне коло.

Елементи електричних кіл. Електромагнітні процеси, що протікають в електротехнічних пристроях, як правило, достатньо складні. Проте у багатьох випадках, їх основні характеристики можна описати за допомогою таких інтегральних понять, як: напруга, струм, електрорушійна сила (ЕРС). При такому підході сукупність електротехнічних пристроїв, що складається з відповідним чином сполучених джерел і приймачів електричної енергії, призначених для генерації, передачі, розподілу і перетворення електричної енергії і (або) інформації, розглядають як електричний **ланцюг**. Електричний ланцюг складається з окремих частин (об'єктів), що виконують певні функції. Основними елементами ланцюга є джерела і приймачі електричної енергії (сигналів). Електротехнічні пристрої, що проводять електричну енергію, називаються генераторами або джерелами **електричної енергії**, а пристрої, споживаючі її, – приймачами (споживачами) електричної енергії.

У кожного елемента ланцюга можна виділити певне число затисків (**полюсів**), за допомогою яких він з'єднується з іншими елементами. Розрізняють **дво** – і **багатополюсні** елементи. Двополюсники мають два затиски. До них відносяться джерела енергії (за винятком керованих і багатофазних), резистори, котушки індуктивності, конденсатори. Багатополюсні елементи – це, наприклад, тріоди, трансформатори, підсилювачі і так далі

Всі елементи електричного ланцюга умовно можна розділити на **активні** і **пасивні**. Активним називається елемент, що містить в своїй структурі джерело електричної енергії. До пасивних відносяться елементи, в яких розсівається (резистори) або накопичується (котушка індуктивності і конденсатори) енергія. До основних характеристик елементів ланцюга відносяться їх вольт-амперні, вебер-амперні і кулон-вольтні характеристики, що описуються диференціальними або алгебраїчними рівняннями. Якщо елементи описуються лінійними диференціальними або алгебраїчними рівняннями, то вони називаються **лінійними**, інакше вони відносяться до класу **нелінійних**. Строго кажучи, всі елементи є нелінійними. Можливість розгляду їх як лінійних, що істотно спрощує математичний опис і аналіз процесів, визначається межами зміни, що характеризують їх змінних і їх частот. Коефіцієнти, що зв'язують змінні, їх похідні і інтеграли в цих рівняннях, називаються **параметрами** елементу.

Якщо параметри елементу не є функціями просторових координат, що визначають його геометричні розміри, то він називається **елементом із зосередженими параметрами**. Якщо елемент описується рівняннями, в які входять просторові змінні, то він відноситься до класу **елементів з розподіленими параметрами**. Класичним прикладом останніх є лінія передачі електроенергії (довга лінія).

Ланцюги, що містять тільки лінійні елементи, називаються лінійними. Наявність в схемі хоч би одного нелінійного елементу відносить її до класу нелінійних.

Розглянемо пасивні елементи ланцюга, їх основні характеристики і параметри.

1. Резистивний елемент (резистор). Рис 1,а.. Останнє визначається геометричними розмірами тіла і властивостями матеріалу: питомим опором ρ (Ом м) або зворотною величиною – питомою провідністю

$$\gamma = \rho^{-1} \text{ (См/м)}.$$

У найпростішому випадку провідника завдовжки ℓ і перетином S його опір визначається виразом

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{\ell}{\gamma S} \text{ (Ом)}$$

У загальному випадку визначення опору, пов'язане з розрахунком поля в провідному середовищі, що розділяє два електроди.

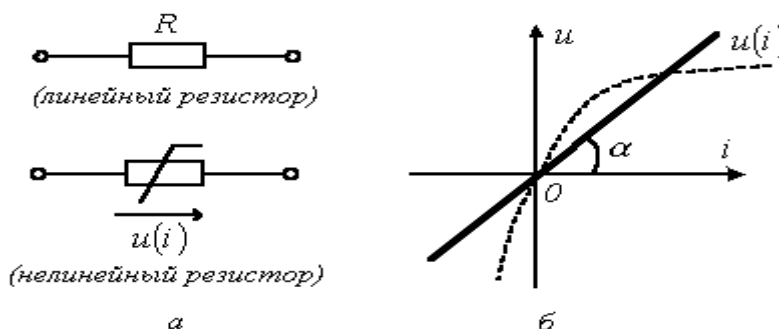


Рис. 1

Основною характеристикою резистивного елементу є залежність $u(i)$ (або $i(u)$), що називається вольт-амперною характеристикою (ВАХ). Якщо залежність $u(i)$ є прямою лінією, що проходить через початок координат (див.рис. 1,б), то резистор називається лінійним і описується співвідношенням

$$u = Ri = m_{Ritg \alpha} \text{ або } i = gu,$$

де $g = R^{-1}$ - провідність. При цьому $R = \text{const}$.

Нелінійний резистивний елемент, ВАХ якого нелінійна (рис. 1,б), як буде показано в блоці лекцій, присвячених нелінійним ланцюгам, характеризується декількома параметрами. Зокрема безінерційному

резистору ставляться у відповідність статичне $R_{ст} = \frac{U}{I}$ і диференціальне $R_d = \left. \frac{du}{di} \right|_I$ опори.

2. Індуктивний елемент (котушка індуктивності)

Умовне графічне зображення котушки індуктивності приведені на рис. 2,а.. Для розрахунку індуктивності котушки необхідно розрахувати створене нею магнітне поле.

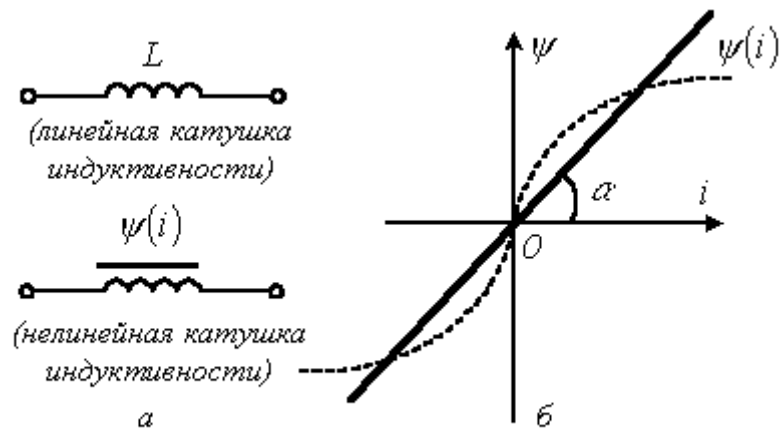


Рис.2

Індуктивність визначається відношенням потокозчеплення до струму, що протікає по витках котушки

$$L = \frac{\Psi}{i} \text{ (Гн)}$$

У свою чергу потокозчеплення рівне сумі добутків потоку, що пронизує витки, на число цих витків

$$\Psi = \sum w_k \Phi_k \text{ де } \Phi_k = \int_{S_k} \vec{B} d\vec{S}$$

Основною характеристикою котушки індуктивності є залежність $\psi(i)$, що називається вебер-амперною характеристикою. Для лінійних котушок індуктивності залежність $\psi(i)$ є прямою лінією, що проходить через початок координат (див. рис. 2,б); при цьому

$$L = m_L \operatorname{tg} \alpha = \text{const}$$

Нелінійні властивості котушки індуктивності (див. криву $\psi(i)$ на рис. 2,б) визначає наявність у неї сердечника з феромагнітного матеріалу, для якого залежність $B(H) = \mu_0 \mu H$ магнітній індукції від напруженості поля нелінійна. Без урахування явища магнітного гістерезису нелінійна котушка

характеризується статичною $L_{cm} = \frac{\Psi}{I}$ і диференціальною $L_d = \left. \frac{d\Psi}{di} \right|_I$ індуктивностями.

3. Ємкісний елемент (конденсатор)

Умовне графічне зображення конденсатора приведене на рис. 3,а.

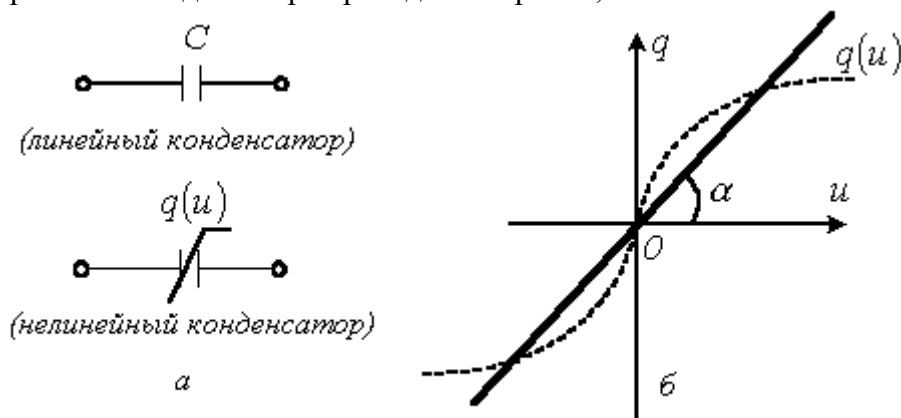


Рис.3

. Для розрахунку останньої необхідно розрахувати електричне поле в конденсаторі. Ємкість визначається відношенням заряду q на обкладаннях конденсатора до напруги u між ними

$$C = \frac{q}{u} \text{ (Ф)}$$

і залежить від геометрії обкладок і властивостей діелектрика, що знаходиться між ними. Більшість діелектриків, що використовуються на практиці, лінійні, тобто у них відносна діелектрична проникність

$\mathcal{E} = \text{const}$. В цьому випадку залежність $q(u)$ є прямою лінією, що проходить через початок координат, (див. рис. 3,б) і

$$C = m \cdot \text{tg } \alpha = \text{const}$$

У нелінійних діелектриків (сегнетоелектриків) діелектрична проникність є функцією напруженості поля, що обумовлює нелінійність залежності $q(u)$ (рис. 3,б). В цьому випадку без урахування явища

електричного гістерезису нелінійний конденсатор характеризується статичною

$$C_{cm} = \frac{q}{U} \text{ і}$$

диференціальною $C_d = \left. \frac{dq}{du} \right|_U$ ємкостями.

3.2 Визначення електромагнітного поля та його складових.

3.2.1. Магнітне поле (МП) є складовою частиною електромагнітного поля (ЕМП), що створюється при русі електричних зарядів в процесі проходження постійного та змінного струмів по провідникам і виткам котушок індуктивності, а також при протіканні молекулярних струмів в постійних магнітах.

3.2.2. Електричне поле (ЕП) є також складовою частиною електромагнітного поля, що створюється електричними зарядами та тілами при їх взаємодії в динаміці та статичі.

3.2.3. Електромагнітне поле – одна з форм матерії, за допомогою якої відбувається взаємодія заряджених частинок і тіл при нерозривному зв'язку його складових електричного та магнітного полів.

Таким чином, магнітне поле, що є разом з електричним полем складовою частиною електромагнітного поля, виникає в наслідок руху електричних зарядів у вигляді: 1) постійного та змінного струму в проводах та витках котушок індуктивності; 2) молекулярних струмів в постійних магнітах, тобто джерелом магнітного поля є постійні, змінні та молекулярні струми.

3.3. Енергія і магнітний прояв електричного і магнітного поля (ЕП і МП).

3.3.1. Енергія ЕП і МП:

$$1) W_{EP} = \frac{U^2 \cdot C}{2} \left[\frac{B^2 \cdot c}{Om} = \frac{B \cdot A \cdot c}{1} = B_T \cdot c = Дж = H \cdot m \right]$$

$$2) W_{MP} = \frac{I^2 \cdot L}{2} \left[\frac{A^2 \cdot Om \cdot c}{1} = B \cdot A \cdot c = B_T \cdot c = H \cdot m \right]$$

3.3.1. Механічний прояв ЕП і МП:

$$1) F_{EP} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \epsilon_a \cdot R^2} \left[\frac{K \cdot K}{\frac{\Phi}{m} \cdot m^2} = \frac{A \cdot c \cdot A \cdot c}{Om^{-1} \cdot c \cdot m} = \frac{B \cdot A \cdot c}{m} = \frac{B_T \cdot c}{m} = \frac{H \cdot m}{m} = H \right]$$

$$2) F_{MP} = \mu_a \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot R} \left[\frac{Hn \cdot A \cdot A \cdot m}{m \cdot m} = \frac{Om \cdot c \cdot A \cdot A}{m} = \frac{B_T \cdot c}{m} = \frac{H \cdot m}{m} = H \right]$$

3.4. Взаємні перетворення енергії ЕП і МП та механічної енергії.

1) Закон електромагнітної індукції:

$$E = B \cdot \ell \cdot v \left[\frac{B \cdot c}{m^2} \cdot m \cdot \frac{m}{c} = B \right]$$

$$W_{EP} = \frac{E^2 \cdot c}{2} [B_T \cdot c]$$

$$W_{mech} = \frac{m_p \cdot v^2}{2} \left[\frac{H}{\frac{m}{c^2}} \cdot \frac{m^2}{c^2} = H \cdot m = B_T \cdot c \right]$$

2) Закон електромагнітної інерції:

$$F = B \cdot \ell \cdot I \left[\frac{B \cdot c}{m^2} \cdot m \cdot A = \frac{B_T \cdot c}{m} = \frac{H \cdot m}{m} = H \right]$$

$$W_{\text{мех}} = \frac{m_p \cdot V^2}{2} \left[\frac{\frac{H}{\frac{M}{c^2}} \cdot \frac{M^2}{c^2}}{\frac{M}{c^2}} = H \cdot M = B_T \cdot c \right]$$

$$W_{\text{МП}} = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\frac{\Phi}{I} \cdot I^2}{2} = B \cdot c \cdot A = B_T \cdot c$$

4. Термінологія в електротехніці та літерні позначення електромагнітних величин.

4.1 Термінологія та визначення в електротехніці надані сучасними держстандартами України, основними з яких є наступні стандарти.

ДСТУ з електротехніки

1. ДСТУ 2843 – 94 «Електротехніка. Основні поняття. Терміни і визначення»;
2. ДСТУ 2815 – 94 «Електричні – магнітні кола та пристрої. Терміни та визначення»;
3. ДСТУ 2847 – 94 «Перетворювачі електричної енергії. Напівпровідники. Терміни та визначення»
4. ДСТУ 2848 – 94 «Апарати електротехнічні комутаційні. Основні поняття. Терміни та визначення »
5. ДСТУ 2976 – 95 «Трансформатори струму. Терміни та визначення»
6. ДСТУ 3680 – 98 «Сукупність Т/З »
7. ДСТУ 3120 – 95 «Електротехніка. Літерні позначення основних величин».

4.2. Літерні позначення основних електромагнітних величин.

4.2.1. Основними електромагнітними параметрами, що названі на честь видатних вчених – основоположників електротехніки, та позначаються великими літерами, є:

1. Струм, I, А (Ампер Анрі: 1775 – 1836рр.);
2. Напруга, U, та е.р.с., Е, В (Вольта Алесандро: 1745 – 1827рр.);
3. Опір, R, Ом (Ом Георг: 1789 – 1854рр.);
4. Провідність, СВУ, См (Сименс Вернер: 1816 – 1892рр.);
5. Заряд, q, К (Кулон Шарль: (1736 – 1806рр.);
6. Сила, F, Н (Ньютон Ісак: 1643 – 1727рр.);
7. Індуктивність, L, Гн (Генрі Джозеф: 1797 – 1878рр.);
8. Ємність, C, Ф (Фарадей Майкл: 1791 – 1867рр.);
9. Магнітний потік, Φ, Вб (Вебер Вільгельм: 1804 – 1891рр.);
10. Магнітна індукція, B, Тл (Тесла Нікола: 1856 – 1943рр.);
11. Магнітна напруга та М.Р.С. , F_m, А(Ампер Анрі: 1775 – 1836рр.)
12. Потужність, P, Вт (Ватт Джеймс: 1736 – 1819рр.);
13. Енергія, W, Дж, Вт·с, Н·м (Джоуль Джеймс: 1818 – 1889рр.);
14. Частота, f, Гц (Герц Генріх: 1857 – 1894рр.);
15. Напруженість магнітного поля в системі С.Г.С,Н, Ерстед=79.58А/м (Ганс Ерстед: 1777 – 1851рр.);
16. Магнітна напруга та м. р. с. в системі С.Г.С., U_m, F_i, Гб = $\frac{10}{4\pi} \approx 0,796$ А. (Уільям Гілберт: 1544 - 1603рр.)
17. Магнітна індукція в системі СГС, B, Гс = 10⁻⁴ Тл. (Гаус: 1777 – 1855рр).

4.2.2. До інших електромагнітних параметрів, що є похідними від основних, відносяться наступні величини:

1. Абсолютна магнітна проникність, μ_a, $\frac{\Gamma_H}{M}$;
2. Відносна магнітна проникність, μ;
3. Магнітна проникність вакууму, μ₀=4π·10⁻⁷, $\frac{\Gamma_H}{M}$;
4. Абсолютна діелектрична проникність, ε_a, $\frac{\Phi}{M}$;
5. Відносна діелектрична проникність, ε , - ;

6. Діелектрична проникність вакууму, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}, \frac{\Phi}{\text{м}}$;
7. Питомий опір, ρ , Ом·м.
8. Питома провідність, $\gamma = \rho^{-1}, \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \text{См} \cdot \text{м}^{-1}$;
9. Щільність електричного струму, $\delta, \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$;
10. Об'ємна щільність електричного заряду, $\rho_v, \frac{\text{К}}{\text{м}^3}$;
11. Напруженість електричного поля, $E_n, \frac{\text{В}}{\text{м}}$;
12. Електричне зміщення (електрична індукція), $D, \frac{\text{К}}{\text{м}^2}$.

Напруженість магнітного поля, Н, $\frac{\text{А}}{\text{м}}$ (в системі СГС – ерстед = 79,58

Контрольні питання і завдання

7. Чи може зовнішня характеристик джерела проходити через початок координат?
8. Який режим (холостий хід або коротке замикання) є аварійним для джерела струму?
9. У чому полягають еквівалентність і відмінність послідовної і паралельної схем заміщення джерела?
10. Визначити індуктивність L і енергію магнітного поля WM катушки, якщо при струмі в ній I=20А потікосцеплення $\gamma = 2$ Вб.
Відповідь: L=0,1 Гн; WM=40 Дж.
11. Визначити ємність і енергію електричного поля WЭ конденсатора, якщо при напрузі на його обкладаннях U=400 В заряд конденсатора q=0,2г 10⁻³ Кл.
Відповідь: C=0,5 мкФ; WЭ=0,04 Дж.
12. У генератора постійного струму при струмі в навантаженні I1=50А напруга на затисках U1=210 В, а при тоці, рівному I2=100А, воно знижується до U2=190 В.
13. Визначити параметри послідовної схеми заміщення джерела і струм короткого замикання.
Відповідь: $E = 230 \text{ В}; R_{\text{вн}} = 0,4 \text{ Ом}; I_{\text{кз}} = 575 \text{ А}.$
14. Вивести співвідношення (3) і (4) і визначити максимальну потужність, що віддається навантаженню, за умовами попереднього завдання.

Лекція 3. Рівняння максвелла та основні закони електротехніки

1. Рівняння максвелла та основні закони електротехніки.

1.1. Фізичні процеси, що відбуваються в електричному полі. Як відомо, в основу визначення електричного поля покладена механічна взаємодія між електричними зарядами, яка надається законом Кулона:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot R^2},$$

де q_1 і q_2 – взаємодіючі заряди, Кл; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – діелектрична проникність вакууму; ε – відносна діелектрична проникність середовища; R – відстань між зарядами, м.

Для складової характеристики електричного поля, що обумовлює магнітну взаємодію між зарядами, введена фізична величина – напруженість електричного поля, E_n , яка вимірюється силою, що діє на точковий заряд в даній точці поля:

$$E_n = \frac{F}{q} \left[\frac{H}{\text{Кл}} = \frac{\frac{H \cdot \text{м}}{A \cdot c}}{\frac{A \cdot c}{\text{м}}} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot c} = \frac{B}{\text{м}} \right]$$

де F – сила, що діє на заряд, Н; q – величина заряду, Кл.

1.2. На точковий заряд в електричному полі діє енергетична характеристика поля, яка надає йому певну потенціальну енергію. Для визначення енергетичної властивості поля введена інша фізична величина – потенціал, φ , під яким розміщують відношення потенціальної енергії заряду до його величини:

$$\varphi = \frac{W}{q} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot c} = B \right]$$

де W – потенціальна енергія заряду, Дж ($B \cdot A \cdot c$); q – величина заряду, Кл.

1.3. Різниця потенціалів двох точок електричного поля називається напругою:

$$U = \varphi_A - \varphi_B,$$

де φ_A і φ_B – потенціали точок А і В, В.

1.4. Електричне зміщення

$$D = \frac{q}{S} = \varepsilon_a \cdot E_n \left[\frac{\Phi}{\text{м}} \cdot \frac{B}{\text{м}} = \frac{\text{Ом}^{-1} \cdot c \cdot B}{\text{м}^2} = \frac{A \cdot c}{\text{м}^2} = \frac{K}{\text{м}^2} \right]$$

1.2. Основні поняття та параметри постійного струму.

1.2.1. Речовини і матеріали, які мають вільні заряди: (в металах електрони, а в розчинах – іони), називаються провідниками, а речовини і матеріали, що не мають вільних електронів, називаються діелектриками або ізоляторами. При дії на вільні електрони або іони кулонових сил електричного поля в провідниках виникає упорядкований та спрямований рух вільних зарядів, який називається електричним струмом провідності. При цьому упорядкованому русі вільні заряди постійно зіштовхуються з іншими частинками провідника, які знаходяться у тепловому русі і прискорюють їх, що призводить до додаткового виділення енергії у вигляді теплоти (провідник нагрівається) та утруднює упорядкований рух зарядів, створюючи опір провідника електричного струму. Цей опір залежить від властивостей матеріалу провідника, його довжини та площі поперечного перерізу:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \left[\frac{\text{Ом} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \text{Ом} \right],$$

де ρ – питомий опір, $\text{Ом} \cdot \text{м}$ (при $t = 20^\circ \text{C}$); ℓ – довжина провідника, м; S – площа перерізу, м^2 .

При температурі провідника, що відрізняється від 20°C враховують температурний коефіцієнт, α :

$$R_t = R[1 + \alpha(t - 20)],$$

де α – температурний коефіцієнт, град^{-1} .

Значення величин ρ і α для основних провідникових матеріалів надані в таблиці 1.

Таблиця 1.

Матеріал	$R, \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 10^{-6}$	$\alpha, \text{ град}^{-1}$
Мідь, Cu	0,0175	0,004
Срібло, Ag	0,0160	0,0035
Алюміній, Al	0,0295	0,004
Залізо, Fe	0,125	0,006
Вольфрам, Wo	0,05	0,005
Ніхром, Cr, Ni	1,0	0,0001
Вугіль, C	10...60	0,005

1.2.2. В загальному випадку властивість середовища, що характеризує його здатність проводити електричний струм, визначають питомою провідністю ν :

$$\nu = \rho^{-1} = \left(\frac{R \cdot S}{\ell} \right)^{-1} \left[\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \frac{\text{См}}{\text{м}} \right]$$

Тоді, електричний опір буде дорівнювати:

$$R = \frac{\ell}{\nu \cdot S} \left[\frac{\text{м}}{\frac{1}{\text{Ом}} \cdot \frac{1}{\text{м}} \cdot \text{м}^2} = \text{Ом} \right]$$

Слід відмітити, що формула 1.8. аналогічна формулі магнітного опору $\left(R_m = \frac{\ell_m}{\mu_a \cdot \frac{1}{\text{м}} \cdot \text{м}^2} = \text{Ом} \right)$, що

підкреслює нерозривний зв'язок і єдність електричного і магнітного полів.

1.2.3. Кількісною інтегральною характеристикою електричного струму є сила або величина струму, яка являє собою кількість заряду, що проходить за одиницю часу через поперечний переріз провідника:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \left[\frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{А} \right]$$

де Δq – заряд, що проходить через переріз провідника, Кл;

Δt – відрізок часу, с.

З іншого боку, згідно теорії електромагнітного поля основою диференційного струму в електричному полі в провідному середовищі є густина струму $\vec{\delta}$, як характеристика його інтенсивності:

$$\vec{\delta} = \frac{\Delta I}{\Delta S} \left[\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \right]$$

де ΔI – величина струму, А;

ΔS – площа перерізу, м^2 .

Тоді сила струму визначається за формулою:

$$I = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S},$$

де I – сила струму, що являє собою скалярну величину потоку вектора густини струму.

Напрямок струму в електричному колі вважають напрямком руху зарядів від точки з високим потенціалом (точки “+”) до точки з низьким потенціалом (точки “-”), а в середині джерела живлення – навпаки: за допомогою сторонніх сил вільні заряди переміщуються від точки “-” до точки “+”. Якщо напрямок струму з часом не змінюється, то струм називається постійним. Якщо напрямок струму з часом змінюється за певним законом, то струм називається змінним (синусоїдним чи періодичним іншої форми).

ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ТА ЇХ ЗАКОНОМІРНОСТІ.

2.1. Поняття повного електричного струму.

Явище спрямованого руху носіїв електричних зарядів або явище зміни електричного руху в часі, що супроводжується магнітним полем називають повним електричним струмом.

Повний електричний струм поділяється на 3 складових види струму:

- 1) струм провідності (кондукції), I_v ;
- 2) струм переносу (конвенції), I_c ;
- 3) Струм зміщення (де локації), I_D .

2.1.1. Струм провідності зумовлений наявністю вільних електронів в металах та іонів в електролітах (розчинах), його особливість полягає у тому, що при постійній напруженості електричного поля ($E_H = \text{Const}$) він постійний у часі $[I_v(t) = \text{Const}]$. Речовини в яких це відбувається називається провідниками.

Як було вказано вище, величина (сила) електричного струму провідності визначається кількістю заряду, що проходить через площу перетину або поверхню провідника за одиницю часу:

$$I_v = \frac{dq}{dt} \left[\frac{A \cdot c}{c} = A \right]$$

Величина струму провідності є скалярною, тобто в різних точках поверхні має різні спрямування, а тому вектором електричного струму є тільки його густина, модуль якого визначається похідною струму по площині:

$$\delta = \frac{dI}{dS} \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

Тоді струм, що проходить крізь поверхню S , дорівнює:

$$I_v = \int_S \delta \cdot d\bar{S}$$

Як видно із формули (2.3) струм провідності є інтегральною величиною.

Характерною відмінністю струму провідності є пряма пропорційність густини струму напруженості електричного поля, що виражається, як

$$\bar{\delta}_v = \nu \cdot E_H,$$

де $\nu = f(t^0) = \rho^{-1} \left[\frac{Cm}{m} \right]$ питома провідність, що залежить від температури середовища, так як

$$\rho_t = \rho_{20} [1 - \alpha(t - 20)] \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

2.1.2. Струм переносу (конвенції) – це явище перенесення зарядів зарядженими частинками чи тілами у вільному просторі (у вакуумі, повітрі чи газах). При цьому електричний струм переносу зарядів характеризується вектором густини струму, що визначається як:

$$\bar{\delta}_c = \frac{dI}{dS} = \rho_v \cdot \bar{v} \left[\frac{K}{m^3} \cdot \frac{m}{c} = \frac{A \cdot c \cdot m}{m^3 \cdot c} = \frac{A}{m^2} \right],$$

де $\bar{v}, \frac{m}{c}$ - вектор швидкості руху заряджених частинок.

2.1.3. Струм зміщення (де локації) це струм, що існує в діелектрику чи вакуумі при наявності змінного електричного поля. Це відбувається при внесенні заряду, q , у замкнену поверхню простору чи діелектрика, де з'являється (зміщуються) такий же за значенням заряд, що пов'язаний з вектором електричного зміщення:

$$dq = \bar{D} \cdot d\bar{S} \left[\frac{K}{m^2} \cdot m^2 = K \right]$$

де $\bar{D} = \varepsilon \cdot E_H \left[\frac{K}{m^2} \right]$ - елементарне зміщення.

$$\text{Тоді } dI_D = \frac{dq}{dt} = \frac{d\bar{D} \cdot d\bar{S}}{dt} = \bar{\delta}_D \cdot d\bar{S},$$

$$\text{де } \bar{\delta}_D = \frac{d\bar{D}}{dt} \left[\frac{K}{m^2} \cdot \frac{m^2}{c} = \frac{A}{m^2} \right] \text{ густина струму зміщення}$$

Як відомо, величина $\bar{\delta}_D$ складається із 2 компонентів:

$$\overline{\delta_D} = \frac{d\overline{D_0}}{dt} + \frac{d\overline{P}}{dt} = \overline{\delta_{D_0}} + \overline{\delta_P},$$

де δ_{D_0} - вектор густини струму зміщення в вакуумі;

δ_P - вектор густини струмів зміщення в діелектрику, як похідна від вектора поляризованості діелектрика.

Саму ідею наявності струму зміщення вперше дав Максвелл. Вона явилась важливою передумовою створення теорії електромагнітного поля, одного з найвидатніших витворів людства.

2.2. Принцип та рівняння неперервності електричного струму. Введення розглянутого вище поняття повного електричного струму дало можливість обґрунтування принципу та рівняння неперервності або замкненості електричного струму.

Суть принципу неперервності полягає в наступному: “Лінії електричного струму не мають ні початку, ні кінця – вони завжди неперервні”.

Принцип неперервності (замкненості) електричного струму виражається наступним рівнянням:

$$i = \oint_I \overline{\delta} \cdot d\overline{S} = 0,$$

де $i = i_v + i_c + i_D$ - повний електричний струм, що проходить крізь замкнену поверхню в будь – якому середовищі.

Дійсно, на підставі рівняння (2.6)

$$q = \oint_S dq = \oint_S \overline{D} \cdot d\overline{S}$$

Тоді,

$$i_D = \frac{dq}{dt} = \oint_S \frac{d\overline{D}}{dt} \cdot d\overline{S}$$

Але струм зміщення зростає завдяки стіканню до поверхні струмів провідності та переносу, i_v та i_c , отже можна записати:

$$i_D = -(i_v + i_c) \text{ або } i = i_D + i_v + i_c = 0,$$

Що й підтверджує неперервність електричного струму. При цьому струм може змінюватись в часі або залишатися незмінним.

Незмінний в часі струм називається як відомо, постійним та позначається великою літерою I.

Якщо струм змінюється в часі, то він називається змінним, а його миттєве значення позначається малою літерою, i.

Змінні струми можуть бути довільними що, відбувається під час перехідних процесів, що виникають при переходах електромагнітних явищ від одного стану до іншого, або періодичними змінними струмами, якщо зміна відбувається з деяким періодом, T.

В тому випадку, коли періодичний струм змінюється гармонійно, тобто за синусоїдальним законом, струм називається синусоїдальним. Якщо форма періодичного змінного струму відрізняється від синусоїди, то змінний струм називається періодичним не синусоїдальним струмом.

Баланс потужностей.

3.1. Для підтримання упорядкованого руху зарядів необхідне джерело електричної енергії, в якому сторонні сили (механічні, хімічні чи променеві) переносять заряди з одного кінця провідника (від точки “-”) на другий (до точки “+”) проти сили електричного поля, виконуючи роботу, A.

Здатність сторонніх сил джерела електроенергії виконувати цю роботу характеризує фізична величина – електрорушійна сила (Е.Р.С.).

$$E = \frac{A}{q} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot c} = B \right],$$

де $A = E \cdot q$ - робота по переміщенню заряду, Дж (Вт·с); q – заряд, Кл (А·с).

Види джерел електроенергії

3.2.1. Джерело електроенергії має е.р.с., E, та внутрішній опір, R_v , а його напруга залежить від струму та визначається рівнянням:

$$U(I) = E - I \cdot R_v,$$

де I – величина струму, А.

Залежність напруги джерела від струму називається вольтамперною або зовнішньою характеристикою джерела електроенергії. Цю залежність яка має магнітний характер, можна побудувати по двом точкам на вісях координат:

1) На вісі ординат: $U = E$ (при $I=0$);

2) На вісі абсцис: $I = I_K$ (при $U=0$),

де $I_K = \frac{E}{R_B}$ - струм короткого замикання.

Джерела електроенергії за вольтамперною характеристикою поділяються на 2 групи джерел: 1) джерела Е.Р.С. та 2) джерела струму.

2.3.2. Джерелом е.р.с. називають таке джерело електроенергії, яке має $R_B \ll R_H$ (для ідеалізованого джерела е.р.с. приймають $R_B=0$, а $U=E$).

Розрахункова схема заміщення та вольтамперна характеристика джерела е.р.с. надана на рис. 1.2.

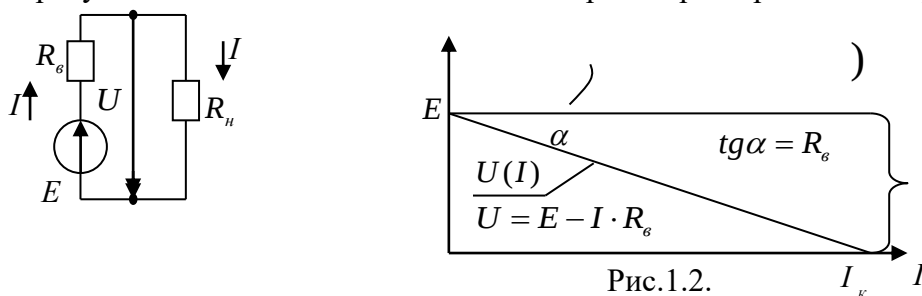


Рис.1.2. Схема заміщення і вольт амперна характеристика джерела е.р.с.

3.2.2. Джерелом струму називають джерело електроенергії, яке має $R_B \gg R_H$, а $I = I_K = \frac{E}{R_B}$ для будь – якого значення, в тому числі для $R_H=0$ (при К.3). Зображення ідеалізованого джерела струму ($R_B \rightarrow \infty$ та $E \rightarrow \infty$) та його вольтамперної характеристики показано на рис. 1.3.

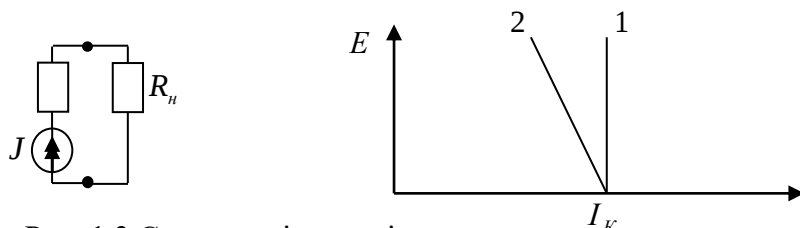


Рис. 1.3 Схеми заміщення і вольтамперна характеристика джерела струму (ідеалізованого – 1, реального – 2).

3.2.3. Слід підкреслити, що основними джерелами електроенергії постійного струму є джерела е.р.с., які мають переважне використання в усіх галузях електротехніки в той час, як джерела струму використовуються лише в деяких малопотужних вимірювальних приладах з напівпровідниковими приладами.

Таким чином, у переважній більшості задач ми будемо мати справу з джерелами е.р.с., вольтамперна характеристика яких являє залежність напруги джерела від його струму та виражається рівнянням:

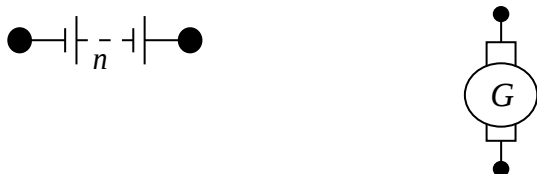
$$U = E - I \cdot R_B = E - I \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

де $R_B = \operatorname{tg} \alpha$ - внутрішній опір джерела е.р.с.;

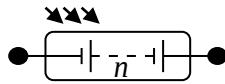
α - кут нахилу вольтамперної характеристики;

$E = I_K \cdot R_B$ - е.р.с. джерела, а I_K – струм його короткого замикання.

3.2.4. Основними видами джерел е.р.с. постійного струму є електромашинні генератори постійного струму та електрохімічні акумуляторні батареї:



Крім того, в якості джерел е.р.с. застосовуються також термоелектричні генератори та фотоелектричні генератори (фото батареї сонячні):



Передача енергії по двопровідній лінії.

4.1. Сукупність джерела електричної енергії постійного струму, провідників та споживачів, з'єднаних між собою створює електричне коло, по якому протікає електричний струм. Іншими словами, електричним колом називається сукупність пристроїв, з'єднаних між собою провідниками та призначених для генерування, передачі та перетворення електричної енергії.

Графічне зображення електричного кола за допомогою умовних позначень називається електричною схемою кола.

Електрична схема кола, в якій зображені усі елементи кола, називається принципіальною, а схема кола, в якій зображені тільки основні розрахункові елементи, а елементи, які не впливають на розрахунок, виключені, називаються розрахунковою схемою заміщення. На рис. 4.1 показано приклад зображення принципіальної (а) та розрахункової схеми заміщення (б):

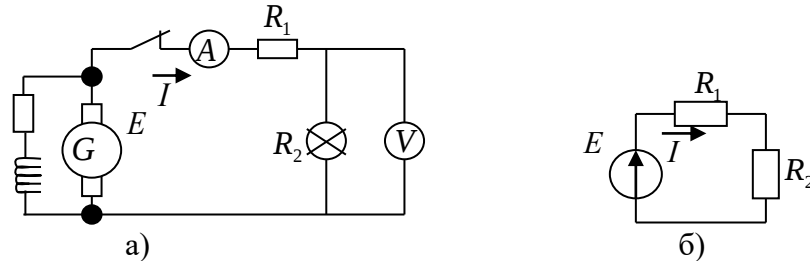


Рис 4.1. Принцип зображення принципіальної схеми (а) та її розрахункової схеми заміщення (б).

4.2. Електричні схеми кіл за своєю структурою складається із 3 структурних елементів: віток, вузлів та контурів.

Гілкою називається ділянка електричної схеми кола по якій протікає один і той же струм та в якій відбувається спад напруги. Вітка складається із послідовно з'єднаних елементів.

Вузлом називається точка електричної схеми кола, де збігаються не менше трьох віток.

Контуром називається частина електричної схеми, при обході якої створюється замкнений шлях, що проходить по віткам та вузлам схеми так, що ні одна вітка та ні один вузол не зустрічаються двічі.

Визначення кількості структурних елементів схеми заміщення та вибір напрямів струмів та обходу контурів називається структурним аналізом схеми електричного кола.

4.3. Види електричних кіл.

В залежності від структури електричні кола поділяються на 2 види: нерозгалужені та розгалужені.

4.3.1. Нерозгалуженим колом називається таке електричне коло, розрахункова схема якого складається із одного замкнутого контуру, що являє собою одну замкнену вітку, яка містить послідовно з'єднані джерело електричної та споживачі кола. Таким чином нерозгалужене коло містить тільки 2 структурних елемента: контур та вітку, яка його створює, і не містить третього структурного елемента – вузла. Прикладом нерозгалуженого кола є розрахункова схема на рис. 4.1. (б).

4.3.2. Розгалуженим колом називається електричне коло, що містить усі структурні елементи, кількість яких складає:

1) віток - не менше трьох; 2) Контурів – також не менше трьох; 3) вузлів – не менше двох.

4.3.3. Нерозгалужені електричні кола являють собою схеми тільки послідовного з'єднання елементів.

Розгалужені кола являють собою схеми паралельного та змішаного з'єднання елементів.

4.3.4. Схемою паралельного з'єднання елементів є така електрична схема, в яка містить не менше 2 вузлів та розташованих між ними не менше 2 віток.

4.3.5. Схемою змішаного з'єднання є електрична схема, в якій поряд зі схемою паралельного з'єднання елементи ділянки кола містяться ділянки з послідовним з'єднанням елементів. Приклад схеми змішаного з'єднання елементів надано на рис. 4.2.

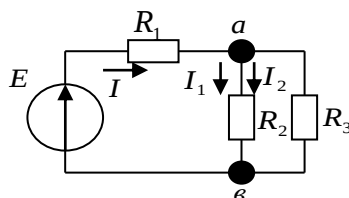
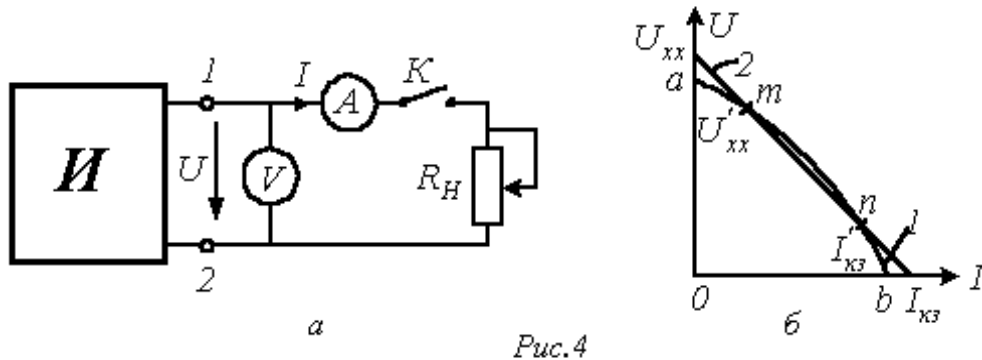


Рис. 4.2. Приклад схеми змішаного з'єднання елементів.

Лекція 4. Електричні кола та їх основні елементи, принципи аналізу і закономірності

Схеми заміщення джерел електричної енергії

Властивості джерела електричної енергії описуються ВАХ $U(I)$, що називається **зовнішньою характеристикою джерела**. Далі в цьому розділі для спрощення аналізу і математичного опису розглядатимуться джерела постійної напруги (струму). Проте всі отримані при цьому закономірності, поняття і еквівалентні схеми повною мірою розповсюджуються на джерела змінного струму. ВАХ джерела може бути визначена експериментально на основі схеми, представленої на мал. 4,а. Тут вольтметр V вимірює напругу на затисках 1-2 джерела I , а амперметр A – споживаний від нього струм I , величина якого може змінюватися за допомогою змінного резистора (реостата) навантаження R_H .



У загальному випадку ВАХ джерела є нелінійною (крива 1 на мал. 4,б). Вона має дві характерні точки, які відповідають:

а – режиму холостого ходу $(I = 0; U = U'_{xx})$;

б – режиму короткого замикання $(U = 0; I = I'_{кз})$.

Для більшості джерел режим короткого замикання (іноді холостого ходу) є неприпустимим. Струми і напруга джерела зазвичай можуть змінюватися в певних межах, обмежених зверху значеннями, відповідними **номінальному режиму** (режиму, при якому виробник гарантує якнайкращі умови його експлуатації відносно економічності і довговічності терміну служби). Це дозволяє у ряді випадків для спрощення розрахунків апроксимувати нелінійну ВАХ на робочій ділянці m-n (див. мал. 4,б) прямою, положення якої визначається робочими інтервалами зміни напруги і струму. Слід зазначити, що багато джерел (гальванічні елементи, акумулятори) мають лінійні ВАХ.

Пряма 2 на мал. 4,б описується лінійним рівнянням

$$U = U_{xx} - R_{вн} I,$$

де U_{xx} – напруга на затисках джерела при відключеному навантаженні (розімкненому ключі До в схемі на мал. 4,а); $R_{вн} = U_{xx} / I_{кз}$ – **внутрішній опір джерела**.

Рівняння (1) дозволяє скласти **послідовну схему заміщення** джерела (див. мал. 5,а). На цій схемі символом E позначений елемент, званий **ідеальним джерелом ЕДС**. Напруга на затисках цього елементу $U_{xx} = E = const$ не залежить від струму джерела, отже, йому відповідає ВАХ на мал. 5,б. На підставі (1) у такого джерела $R_{вн} = 0$. Відзначимо, що напрями ЕДС і напруги на затисках джерела протилежні.

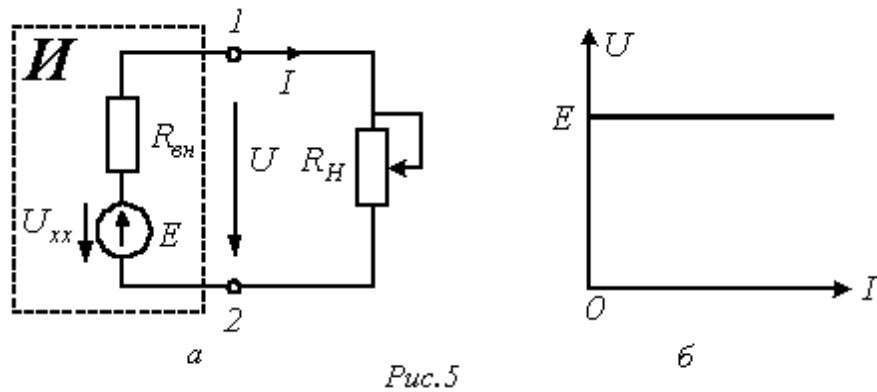


Рис.5

Якщо ВАХ джерела лінійна, то для визначення **параметрів його схеми заміщення** необхідно провести виміри напруги і струму для двох будь-яких режимів його роботи.

Існує також паралельна схема заміщення джерела. Для її опису розділимо ліву і праву частини співвідношення (1) на $R_{\text{вн}}$. В результаті отримаємо

$$I = \frac{U_{\text{хх}}}{R_{\text{вн}}} - \frac{U}{R_{\text{вн}}} = I_{\text{кз}} - \frac{U}{R_{\text{вн}}}$$

або

$$I = J - g_{\text{вн}} U,$$

де $J = I_{\text{кз}}$; $g_{\text{вн}} = R_{\text{вн}}^{-1}$ - **внутрішня провідність джерела**.
Рівнянню відповідає схема заміщення джерела на мал. 6,а.

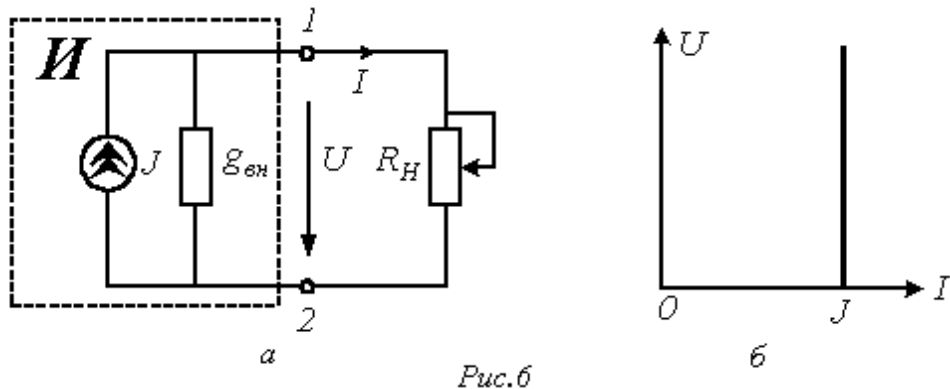


Рис.6

На цій схемі символом J позначений елемент, званий **ідеальним джерелом струму**. Струм в гілці з цим елементом рівний $J = I_{\text{кз}}$ і не залежить від напруги на затисках джерела, отже, йому відповідає ВАХ на мал. 6,б. На цій підставі з обліком (2) у такого джерела $g_{\text{вн}} = 0$ тобто його внутрішній опір $R_{\text{вн}} = \infty$.

Відзначимо, що в розрахунковому плані при виконанні умови $E = JR_{\text{вн}}$ послідовна і паралельна схеми заміщення джерела є еквівалентними. Проте в енергетичному відношенні вони різні, оскільки в режимі холостого ходу для послідовної схеми заміщення потужність рівна нулю, а для паралельної – ні.

Окрім відмічених режимів функціонування джерела, на практиці важливе значення має **узгоджений режим** роботи, при якому навантаженням R_H від джерела споживається максимальна потужність

$$P_{\text{max}} = \frac{U_{\text{хх}}^2}{4R_{\text{вн}}},$$

Умова такого режиму

$$R_H = R_{\text{вн}},$$

На закінчення відзначимо, що відповідно до ВАХ на мал. 5,б і 6,б ідеальні джерела ЕДС і струму є джерелами нескінченно великій потужності.

Контрольні питання і завдання

15. Чи може зовнішня характеристик джерела проходити через початок координат?
16. Який режим (холостий хід або коротке замикання) є аварійним для джерела струму?
17. У чому полягають еквівалентність і відмінність послідовної і паралельної схем заміщення джерела?
18. Визначити індуктивність L і енергію магнітного поля W_M катушки, якщо при струмі в ній $I=20\text{A}$ потікосцеплення $\Phi=2\text{ Вб}$.
Відповідь: $L=0,1\text{ Гн}$; $W_M=40\text{ Дж}$.
19. Визначити ємність і енергію електричного поля W_E конденсатора, якщо при напрузі на його обкладаннях $U=400\text{ В}$ заряд конденсатора $q=0,2\text{ Г 10-3 Кл}$.
Відповідь: $C=0,5\text{ мкФ}$; $W_E=0,04\text{ Дж}$.
20. У генератора постійного струму при струмі в навантаженні $I_1=50\text{ А}$ напруга на затискачах $U_1=210\text{ В}$, а при тоці, рівному $I_2=100\text{ А}$, воно знижується до $U_2=190\text{ В}$.
21. Визначити параметри послідовної схеми заміщення джерела і струм короткого замикання.
Відповідь: $E = 230\text{ В}$; $R_{\text{вн}} = 0,4\text{ Ом}$; $I_{\text{кз}} = 575\text{ А}$.
22. Вивести співвідношення (3) і (4) і визначити максимальну потужність, що віддається навантаженню, за умовами попереднього завдання.
Відповідь: $P_{\text{max}} \approx 330\text{ кВт}$.

Лекція 5. Загальний підхід до аналізу лінійних електричних кіл та методи їх розрахунку шляхом безпосереднього застосування законів Ома і Кірхгофа.

1. Методи розрахунку лінійних електричних кіл шляхом безпосереднього застосування законів Ома і Кірхгофа.

Зведення складних схем до найпростішого вигляду. Зведення складних розрахункових схем заміщення ЛЕК до найпростішого вигляду здійснюється шляхом еквівалентних перетворень схем з'єднання опорів та визначення еквівалентних опорів усіх видів схем з'єднань.

Як відомо, існує чотири основні схеми з'єднань: послідовне з'єднання, паралельне з'єднання та з'єднання за схемами “трикутник” і “зірка”.

Еквівалентні перетворення схеми послідовного з'єднання опорів.

На рис. 2.1. надана схема заміщення послідовного з'єднання опорів (а) та її найпростіший вигляд після еквівалентного перетворення (б).



Рис. 2.1. Схеми заміщення послідовного з'єднання.

Відповідно до другого закону Кірхгофа е.р.с. джерела електроенергії дорівнює сумі спадів напруг:

$$E = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I + \dots + R_n \cdot I = R_{екв} \cdot I, \quad (2.1)$$

де $R_{екв} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$ - еквівалентний опір.

Отже, послідовно з'єднані опори можна замінити одним еквівалентним опором, який дорівнює їх сумі.

При цьому е.р.с. джерела та величина струму залишаються незмінними.

2.2. Еквівалентне перетворення схеми паралельного з'єднання.

Схема заміщення паралельного з'єднання опорів (а) та її найпростішого вигляду після перетворення (б) надана на рис. 2.2.



Рис. 2.2. Схеми заміщення паралельного з'єднання.

Відповідно до першого закону Кірхгофа загальний струм, що підходить до вузла 1, дорівнює сумі струмів у паралельних вітках, що відходять від цього вузла:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \dots + \frac{E}{R_n} = E \cdot G_1 + E \cdot G_2 + \dots + E \cdot G_n = E \cdot G_{екв}$$

$$G_{екв} = G_1 + G_2 + \dots + G_n = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_{екв2}} \quad (\text{См}) - \text{еквівалентна провідність};$$

де

$$R_{екв2} = \frac{1}{G_{екв2}} = G^{-1}_{екв2} [\text{Ом}]$$

- еквівалентний опір

Таким чином, схему паралельного з'єднання опорів можна замінити схемою з одним еквівалентним опором. При цьому струм та е.р.с. (або напруга) на затискачах схеми залишається незмінними.

2.3. Еквівалентне перетворення з'єднання опорів за схемою “трикутник” до з'єднання за схемою “зірка” і навпаки.

На рис. 2.3. надана схема заміщення ЛЕК, що містить з'єднання опорів за схемою “трикутник” (а) та еквівалентна їй схема, де опори з'єднані за схемою “зірки” після перетворення (б).

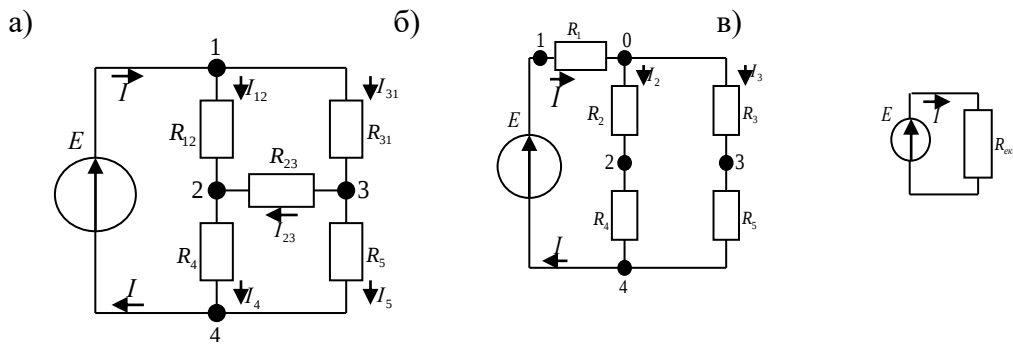


Рис. 2.3. Схеми заміщення з'єднання за схемою “трикутник” (а) та еквівалентного з'єднання за схемою “зірка” (б).

Враховуючи те, що при еквівалентному перетворенні схеми “Δ”, вертикальними якщо є вузли 1,2,3 (а), до схеми “ ”, (01,02,03) загальний струм кола і е.р.с. залишаються незмінними, та користуючись законами Кірхгофа, визначаються значення опорів з'єднання за схемою “зірка” із заданих опорів з'єднання за схемою “трикутник” за наступними формулами:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R \sum \Delta} \\ R_2 &= \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R \sum \Delta} \\ R_3 &= \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R \sum \Delta} \end{aligned} \right\}$$

при цьому опори R_4, R_5 залишаються незмінними.

Зворотнє перетворення схеми “зірка” в схему “трикутник” здійснюється за формулами:

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_1 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

Таким чином, після еквівалентного перетворення з'єднання опорів (R_{12}, R_{23}, R_{31}) за схемою “трикутник” в з'єднання за схемою зірка (опори R_1, R_2, R_3) ми отримали змішане з'єднання яке складається із двох паралельних віток з опорами R_2 і R_4 та R_3, R_5 і послідовно з'єднаного з ними опора R_1 , що дає можливість звести схему до схеми з одним еквівалентним опором (в) аналогічно еквівалентним схемам б) на рис. 2.1. і 2.2, а саме:

$$R_{екв2} = G^{-1}_{екв2} = (G_{24} + G_{35})^{-1},$$

$$G_{24} = \frac{1}{R_2 + R_4} \quad \text{і} \quad G_{35} = \frac{1}{R_3 + R_5} \quad \text{де}$$

- провідності віток.

Тоді $R_{екв1}$ послідовного з'єднання:

$$R_{екв1} = R_1 + R_{екв2}$$

3. Метод безпосереднього застосування законів Ома і Кірхгофа.

Метод безпосереднього застосування законів Ома і Кірхгофа застосовується в таких випадках, коли електричне коло містить одне джерело електроенергії.

Сутність методу полягає:

- 1) в зведенні схеми заміщення до найпростішого вигляду ;
- 2) в визначенні еквівалентного опору кола та величині загального струму кола на основі закону Ома;
- 3) наступним визначенням величин струмів в паралельних вітках;
- 4) величин напруг і потужностей на всіх ділянках кола за допомогою законів Кірхгофа.

Зміст і послідовність розрахункових операцій цього методу залежить від виду та складності схем заміщення електричних кіл.

Розглянемо особливості застосування цього методу стосовно основних видів розрахункових схем.

3.1. Застосування методу при розрахунку схем послідовного з'єднання опорів.

Дано: E_i і R_i ; Визначити: U_i і P_i .

Рішення:

$$1) R_{екв_1} = \sum R_i = R_1 + R_2 + R_3.$$

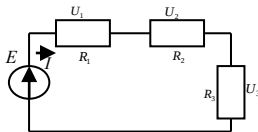
$$I = \frac{E}{R_{екв_1}}.$$

2) Величина струму:

$$3) \text{ Спади напруг: } U_1 = I \cdot R_1; U_2 = I \cdot R_2; U_3 = I \cdot R_3.$$

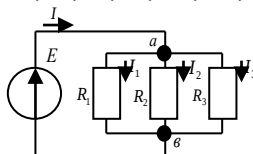
$$4) \text{ потужності: } P_i = I^2 \cdot R_i.$$

$$5) \text{ Баланс потужності: } P_g = E \cdot I = \sum I^2 \cdot R_{екв_1}.$$



3.2. Застосування методу при розрахунках схеми паралельного з'єднання опорів.

Дано: $E, R_1, R_2, R_3, U_{ав}=E$. Визначити: $I, I_1, I_2, I_3; P_1, P_2, P_3$



Рішення:

$$1) G_{екв_2} = \sum G_i = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$$

$$2) R_{екв_2} = G_{екв_2}^{-1} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

$$3) I = \frac{E}{R_{екв_2}}; I_1 = \frac{E}{R_1}; I_2 = \frac{E}{R_2}; I_3 = \frac{E}{R_3}$$

$$4) P_1 = I_1^2 \cdot R_1; P_2 = I_2^2 \cdot R_2$$

$$5) P_g = E \cdot I = \sum P_i.$$

3.3 Застосування методу при розрахунках схем змішаного з'єднання опорів.

Дано: E, R_1, R_2, R_3 . Визначити: I, I_1, I_2, I_3 та P_i .

Рішення:

$$1) R_{екв_2} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}$$

$$2) R_{екв_1} = R_{екв_2} + R_4.$$

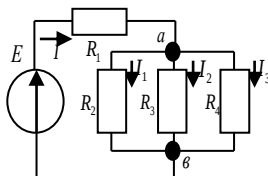
$$3) I = \frac{E}{R_{екв_1}} = \frac{E}{R_{екв_2} + R_4}$$

$$4) \text{ Напруга паралельних віток: } U_{ав} = E - I \cdot R_4$$

$$I_1 = \frac{U_{ав}}{R_1}; I_2 = \frac{U_{ав}}{R_2}; I_3 = \frac{U_{ав}}{R_3};$$

5) Величина струмів:

$$6) P_g = E \cdot I = \sum I_i^2 \cdot R_i$$



Аналогічним чином розраховуються схеми змінного з'єднання опорів при наявності з'єднання за схемою “трикутника” враховуючи необхідність попереднього перетворення схеми “трикутника” в схему “зірки”.

4. Метод пропорційних величин.

Метод пропорційних величин також застосовується при розрахунках електричних кіл, що містять тільки одне джерело електроенергії. Цей метод полягає в наступному:

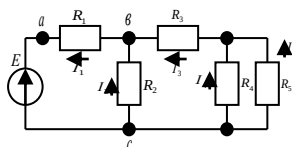
- 1) Після перетворення схеми заміщення до простого змішаного з'єднання встановити в самій віддаленій від джерела вітці величину струму рівну 1А. та визначити напругу в цій вітці;
- 2) Застосовуючи закони Ома і Кірхгофа, визначити струми і напруги, I_i та U_i в сусідніх вітках, рухаючись в напрямку джерела;
- 3) Визначити загальну напругу кола при прийнятій величині струму віддаленої вітки;

$$k = \frac{E}{U_0}$$

- 4) Визначити співвідношення заданої е.р.с. джерела, E , та визначеної загальної напруги, U_0 ,
;
- 5) Визначити дійсні значення величин струмів і напруг у вітках кола, збільшуючи отримані їх значення в k разів.
- 6) Визначити баланс потужності.

Розглянемо цей метод на прикладі рішення наступної задачі.

Дано: $E=100\text{В}$; $R_1=3\text{ Ом}$; $R_2=13\text{ Ом}$; $R_3=3\text{ Ом}$; $R_4=2\text{ Ом}$; $R_5=4\text{ Ом}$.



Визначити: I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 та баланс P_i .

Рішення:

- 1) В вітці R_5 задамо $I'_5 = 1\text{А}$, тоді $U'_5 = I'_5 \cdot R_5 = 1 \cdot 4 = 4\text{В}$;
- 2) Струм $I'_4 = \frac{U'_5}{R_4} = \frac{4\text{В}}{2} = 2\text{А}$;
- 3) Струм $I'_3 = I'_5 + I'_4 = 1 + 2 = 3\text{А}$, тоді $U'_3 = I'_3 \cdot R_3 = 3 \cdot 3 = 9\text{В}$;

$$4) U'_2 = U'_{ac} = U'_5 + U'_3 = 4 + 9 = 13\text{В}, \text{ тоді } I'_2 = \frac{U'_2}{R_2} = \frac{13}{13} = 1\text{А};$$

$$5) I'_1 = I'_2 + I'_3 = 1 + 3 = 4\text{А}, U'_1 = I'_1 \cdot R_1 = 4 \cdot 3 = 12\text{В};$$

$$6) \text{ Загальна умова напруги: } U'_{ac} = U'_1 + U'_{ac} = 12 + 13 = 25\text{В};$$

$$7) \text{ Співвідношення } k = \frac{E}{U'_{ac}} = \frac{100}{25} = 4;$$

8) Дійсні струми і напруги віток:

$$I_1 = k \cdot I'_1 = 4 \cdot 4 = 16\text{А}, I_2 = k \cdot I'_2 = 4 \cdot 1 = 4\text{А}, I_3 = k \cdot I'_3 = 4 \cdot 3 = 12\text{А}, I_4 = k \cdot I'_4 = 4 \cdot 2 = 8\text{А}, I_5 = k \cdot I'_5 = 4 \cdot 1 = 4\text{А}.$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 16 \cdot 3 = 48\text{В}, U_2 = I_2 \cdot R_2 = 4 \cdot 13 = 52\text{В}, U_3 = I_3 \cdot R_3 = 12 \cdot 3 = 36\text{В}, U_4 = I_4 \cdot R_4 = 8 \cdot 2 = 16\text{В}, U_5 = I_5 \cdot R_5 = 4 \cdot 4 = 16\text{В}.$$

9) Баланс потужностей:

$$P_g = 100 \cdot 16 = 1600\text{Вт} = \sum P_i =$$

$$= U_1 \cdot I_1 + U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3 + U_4 \cdot I_4 + U_5 \cdot I_5 =$$

$$= 48 \cdot 16 + 52 \cdot 4 + 36 \cdot 12 + 16 \cdot 8 + 16 \cdot 4 =$$

$$= 768 + 208 + 432 + 128 + 64 = 1600\text{Вт}.$$

Баланс потужностей підтверджує правильність отриманих результатів розрахунку.

Лекція 6. Метод вузових і контурних рівнянь та метод контурних струмів

1. Метод контурних струмів.

Цей метод фактично є частковим варіантом попереднього методу, де також складається система тільки контурних рівнянь. Він також застосовується при наявності декількох джерел живлення. Розглянемо особливості його використання на прикладі типової розрахункової схеми (рис.1).

3.2. Складання системи рівнянь:

При складанні системи рівнянь для суміжних контурів необхідно врахувати, що в спільній вітці *ав* діють 2 контурних струми I_1 та I_2 , які при складанні створюють струм I_3 .

3.2.1. Складаємо рівняння контурних струмів:

$$I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_3 = E_1, \text{ або}$$

1) для контура I: $I_1(R_1 + R_3) + I_2 \cdot R_3 = E_1$

2) для контура II: $I_2(R_2 + R_3) + I_1 \cdot R_3 = E_2$

3.2.2. Об'єднаємо рівняння в систему рівнянь:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_2 = E_1(1); \\ (R_2 + R_3) \cdot I_2 + R_3 \cdot I_1 = E_2(2), \end{cases}$$

або в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_3) & R_3 \\ R_3 & (R_2 + R_3) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

3.2.3. Розв'яжемо систему рівнянь шляхом підстановок:

$$I_2 = \frac{E_1 - (R_1 + R_3) \cdot I_1}{R_3}$$

1) Із (1) отримаємо

2) Підставивши I_2 в рівняння (2), отримаємо:

$$\frac{E_1 - (R_1 + R_3) \cdot I_1}{R_3} + \frac{R_3 \cdot I_1}{(R_2 + R_3)} = \frac{E_2}{(R_2 + R_3)}, \quad \text{або} \quad I_1 \left[\frac{R_3}{R_2 + R_3} - \frac{(R_1 + R_3)}{R_3} \right] = \frac{E_2}{(R_2 + R_3)} - \frac{E_1}{R_3},$$

$$I_1 = \frac{\frac{R_3 \cdot E_2 - (R_2 + R_3) \cdot E_1}{R_3(R_2 + R_3)}}{\left[\frac{R_3}{R_2 + R_3} - \frac{(R_1 + R_3)}{R_3} \right]}.$$

звідси:

3) Підставивши I_1 , отримаємо I_2 .

4) Визначимо $I_3 = I_1 + I_2$.

3.2.4. розв'язання системи рівнянь матричним способом.

1) Визначаємо визначник матриці:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & R_3 \\ R_3 & (R_2 + R_3) \end{vmatrix} = (R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3 \cdot R_3$$

2) визначаємо алгебраїчні доповнення:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & R_3 \\ E_2 & (R_2 + R_3) \end{vmatrix} = E_1(R_2 + R_3) - E_2 \cdot R_3$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & E_1 \\ R_3 & E_2 \end{vmatrix} = E_2(R_1 + R_3) - E_1 \cdot R_3$$

3) визначаємо значення струмів:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

4. Приклад практичного застосування методу контурних струмів.

4.1. Розглянемо типову схему з тими ж вихідними даними.

4.2. Система рівнянь буде мати вигляд:

$$\begin{cases} 600I_1 + 500I_2 = 110(1); \\ 600I_2 + 500I_1 = 220(2). \end{cases}$$

1) $I_2 = \frac{110 - 600I_1}{500}$, тоді підставивши I_2 в (2), отримаємо:

$$\frac{600(110 - 600I_1)}{500} + 500I_1 = 220, \quad \text{або} \quad 600 \cdot 110 - 600 \cdot 600I_1 + I_1 \cdot 500^2 = 220 \cdot 500;$$

$$-360000I_1 + 250000I_1 = 110000 - 66000 = 44000$$

Тоді $-110000I_1 = 44000$ $I_1 = -0,4A$.

2) Підставивши I_1 в I_2 , отримаємо:

$$I_2 = \frac{110 - 600(-0,4)}{500} = \frac{110 + 240}{500} = \frac{350}{500} = 0,7A.$$

3) Визначаємо $I_3 = I_2 + I_1 = 0,7 - 0,4 = 0,3A$.

4.3. Розв'язання матричним способом:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 600 & 500 \\ 500 & 600 \end{bmatrix} = 360000 - 250000 = 110000$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 110 & 500 \\ 220 & 600 \end{bmatrix} = 66000 - 110000 = -44000$$

$$1) \quad \Delta_2 = \begin{bmatrix} 600 & 110 \\ 500 & 220 \end{bmatrix} = 132000 - 55000 = 77000$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-44000}{110000} = -0,4A.$$

$$2) \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{77000}{110000} = 0,7A.$$

Лекція 7. Методи вузлових потенціалів та суперпозиції (накладання)

1. Метод суперпозиції (накладання).

2.1. Визначення. Метод суперпозиції ґрунтується на тому, що величина струму у будь – якій вітці електричного кола дорівнює сумі часткових струмів, створених кожним діючим в колі джерелом електроенергії окремо.

У зв'язку з цим метод суперпозиції складається із наступних розрахункових операцій:

1) Заміни схеми заміщення з декількома джерелами електроенергії на декілька часткових схем заміщення з одним джерелом;

2) Визначення в кожній з часткових схем величин і напрямків часткових струмів усіх віток.

3) Суперпозиції (накладання) величин і напрямків часткових струмів для вихідної схеми заміщення.

Слід відзначити, що принцип і метод суперпозиції є втіленням однієї з основних властивостей лінійних систем будь якої фізичної природи і може застосовуватись в багатьох галузях науки і техніки, в тому числі в електротехніці. Тому, оволодіння цим методом має загальноосвітнє значення для фахівців усіх спеціальностей, особливо для фахівців електротехнічних спеціальностей, в тому числі та насамперед вашої спеціальності.

2.2. Розглянемо метод суперпозиції на прикладі розрахунку типової схеми заміщення (рис. 3.1).

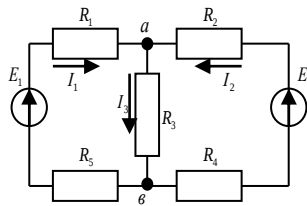


Рис. 3.1. Вихідна типова схема заміщення з 2 джерелами.

1) Замінімо вихідну схему заміщення з 2 джерелами на дві часткові схеми заміщення з одним джерелом (рис.3.2.)



Рис. 3.2. Часткові схеми заміщення з одним джерелом.

Лекція 8. Теорема про активний двополіусник та метод еквівалентного генератора

2. Метод еквівалентного генератора.

- 1.1. **Визначення.** Метод еквівалентного генератора полягає в заміні активної частини схеми заміщення кола активним двополіусником, до затискачів якого приєднана розрахункова вітка; визначенні напруги холостого ходу та вхідного опору двополіусника; і на основі отриманих значень параметрів активного двополіусника визначення величини струму в розрахунковій вітці за формулою еквівалентного генератора:

$$I_3 = \frac{U_{\delta\delta}}{R_{\delta\delta} + R}$$

3.2. Метод складається із наступних операцій:

- 1) виділення розрахункової вітки та відокремлення активної частини схеми заміщення у вигляді схеми активного двополіусника;
- 2) перетворення електричної схеми двополіусника до найпростішого вигляду та визначення його параметрів;
- 3) визначення струму розрахункової вітки за формулою еквівалентного генератора.

3.3. Порядок застосування методу.

3.3.1. Розглянемо наступну схему заміщення:

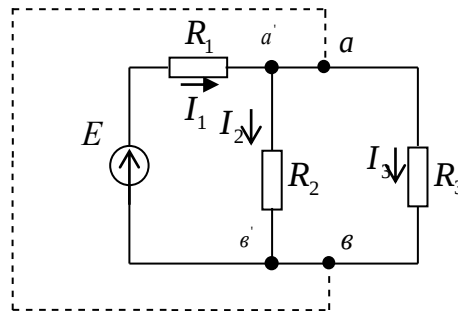


Рис. 3.1. Схема заміщення кола

Треба визначити струм I_3 . Методом еквівалентного генератора.

3.3.2. Відокремлюємо активну частину схеми заміщення у вигляді активного двополіусника:

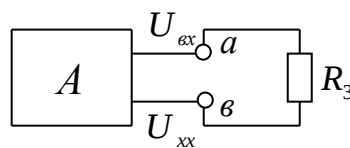


Рис. 3.2. Схема активного двополіусника.

3.3.3. Визначаємо параметри двополіусника:

1) Напруга холостого ходу:

$$U_{aa} = U_{\delta\delta} = \dot{A} - 2 \cdot R_1 = E - \frac{E \cdot R_1}{R_1 + R_2} = E \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

1) Вхідний опір (джерело шунтується):

$$R_{\delta\delta} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

3) Визначаємо струм I_3 :

$$I_3 = \frac{U_{\delta\delta}}{R_{\delta\delta} + R_3} = \frac{E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3} = \frac{E \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

3.3.4. Розглянемо туж схему при визначенні струму I_2 ; при цьому, очевидно, отримуємо:

$$1) U_{xx2} = E \frac{R_3}{R_1 + R_3}; \quad 2) R_{\hat{a}\hat{b}} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}; \quad 3) I_3 = \frac{E \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

3.4. Приклад практичного застосування методу еквівалентного генератора при розрахунках ЛЕК.

3.4.1. Дана типова схема:

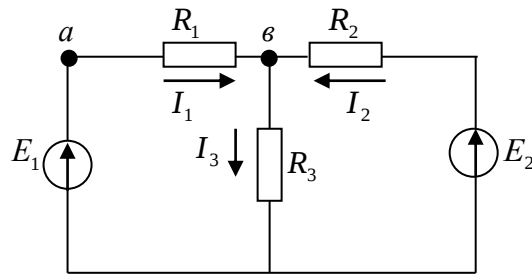


Рис. 4.1. Типова схема заміщення.

Вихідні дані:

$E_1=110, \text{В};$

$E_2=220, \text{В};$

$R_1=R_2=100, \text{Ом}$

$R_3=500, \text{Ом}$

Визначити:

$I_1, I_2, I_3.$

3.4.2. Визначення струму I_1 :

1) відокремлюємо активну частину схеми у вигляді активного двополюсника;

2) Визначаємо U_{xx} та $R_{вх}$.

$$a) U_{xx1} = \varphi_a - \varphi_b = E_1 - (E_2 - \frac{E_2 \cdot R_2}{R_2 + R_3}) = 110 - (220 - \frac{220 \cdot 100}{600}) = 110 - 183,3 = -73,3, \text{В}.$$

$$б) R_{вх1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 500}{600} = 83,3, \text{Ом}.$$

Визначаємо I_1' :

$$в) I_1 = \frac{U_{xx1}}{R_{вх1} + R_1} = \frac{-73,3}{83,3 + 100} = -0,4, \text{А}.$$

(знак – вказує на те, що струм I_1 , має протилежний напрямок)

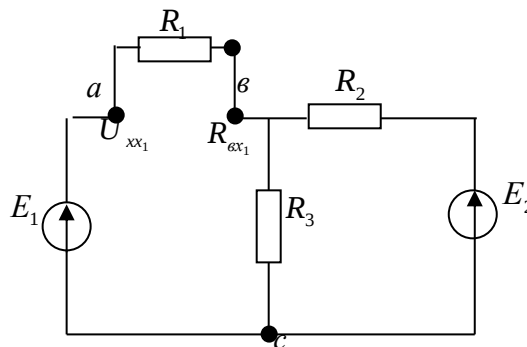


Рис. 4.2. Схема двополюсника з віткою R_1 .

3.4.3. Визначення струму I_2 :

1) Визначаємо U_{xx2} та $R_{вх2}$:

$$a) U_{xx2} = \varphi_a - \varphi_b = E_2 - (E_1 - \frac{E_1 \cdot R_2}{R_2 + R_3}) = 220 - (110 - \frac{110 \cdot 100}{600}) = 220 - (110 - 18,3) = 128,3, \text{В}$$

$$б) R_{вх2} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{100 \cdot 500}{600} = 83,3, \text{Ом}.$$

Визначаємо I_2' :

$$e) I_2 = \frac{U_{xx2}}{R_{\text{вх}2} + R_2} = \frac{128,3}{183,3} = 0,7, A$$

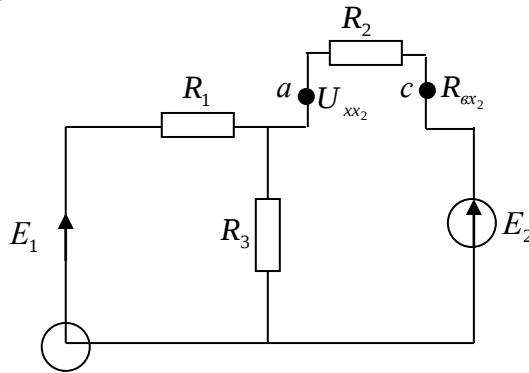


Рис. 4.3. Схема двополюсника з віткою R_2 .

3.4.4. Визначення струму I_3 .

1) Визначаємо U_{xx3} та $R_{вх3}$:

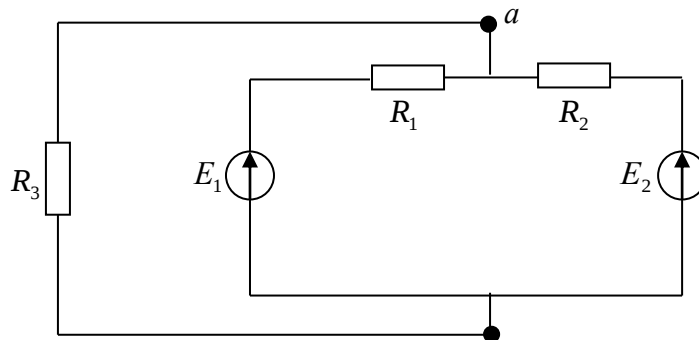
$$a) U_{xx3} = \varphi_a - \varphi_c = E_1 - \frac{E_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} - (-E_2 + \frac{E_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2}) = 110 - \frac{110 \cdot 100}{200} + 220 - \frac{220 \cdot 100}{200} = 165, B$$

$$або U_{xx3} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2} = \frac{100 \cdot 0,01 + 220 \cdot 0,01}{0,02} = 165, B$$

$$б) R_{вх3} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50, Ом.$$

Визначаємо I_2' :

$$e) I_3 = \frac{U_{xx3}}{R_{вх3} + R_3} = \frac{165}{50 + 500} = 0,3, A.$$



3.4.5. Перевірка шляхом визначення балансу потужності:

$$\sum E_i \cdot I_i = \sum I_j^2 \cdot R_j;$$

$$110(-0,4) + 220 \cdot 0,7 = -44 + 154 = (-0,4)^2 \cdot 100 + 0,7^2 \cdot 100 + 0,3^2 \cdot 500 = 16 + 49 + 45$$

$$100, Вт = 110, Вт$$

Отже, баланс потужності існує, що доводить правильність виконаних розрахунків.

Визначаємо значення величин часткових струмів у вітках кожної схеми:

$$a) I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_{23}}, \text{ де } R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

$$U_{ae}' = E_1 - I_1' \cdot R_1; \quad I_2' = \frac{U_{ae}'}{R_2}; \quad I_3' = \frac{U_{ae}'}{R_3},$$

$$б) I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + R_{13}}, \text{ де } R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}.$$

$$U_{ae}'' = E_2 - I_2'' \cdot R_2; \quad I_1'' = \frac{U_{ae}''}{R_1}; \quad I_3'' = \frac{U_{ae}''}{R_3},$$

Виконуємо суперпозицію (накладання) величин часткових струмів та визначаємо дійсні значення струмів у вітках вихідної схеми.

$$a) I_1 = I_1' + I_1'';$$

$$б) I_2 = I_2' + I_2'';$$

$$в) I_3 = I_3' + I_3'';$$

Виконуємо перевірку отриманих результатів.

$$\sum E_i \cdot I_i = \sum I_j^2 \cdot R_j;$$

Приклад практичного застосування методу суперпозиції при розрахунку електричного кола за типовою схемою та вихідних значення параметрів, що були в п. 2.3.

1) приймаємо загальні та часткові схеми надані в п.3.2.

2) визначаємо значення величини часткових струмів у вітках кожної часткової схеми:

$$a) R_{23} = \frac{100 \cdot 500}{100 + 500} = 83,3, \text{ Ом} \quad I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_{23}} = \frac{110}{100 + 83,3} = 0,6, \text{ А}$$

$$U_{ae}' = E - I_1' \cdot R_1 = 110 - 0,6 \cdot 100 = 50, \text{ В}$$

$$I_3' = \frac{U_{ae}'}{R_3} = \frac{50}{500} = 0,1, \text{ А} \quad I_2' = \frac{U_{ae}'}{R_2} = \frac{50}{100} = -0,5, \text{ А}$$

$$б) R_{13} = R_{23} = 83,3, \text{ Ом} \quad I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + R_{13}} = \frac{220}{100 + 83,3} = 1,2, \text{ А}$$

$$U_{ae}'' = E_2 - I_2'' \cdot R_2 = 220 - 1,2 \cdot 100 = 100, \text{ В}$$

$$I_3'' = \frac{U_{ae}''}{R_3} = \frac{100}{500} = 0,2, \text{ А} \quad I_1'' = \frac{U_{ae}''}{R_1} = \frac{100}{100} = -1, \text{ А}$$

3) Визначаємо дійсні значення шляхом суперпозиції часткових значень:

$$a) I_1 = I_1' + I_1'' = 0,6 - 1 = -0,4, \text{ А};$$

$$б) I_2 = I_2' + I_2'' = -0,5 + 1,2 = 0,7, \text{ А};$$

$$в) I_3 = I_3' + I_3'' = 0,1 + 0,2 = 0,3, \text{ А};$$

4) Перевірка шляхом визначення балансу потужності.

$$\sum E_i \cdot I_i = \sum I_j^2 \cdot R_j \quad \text{або}$$

$$I_1 \cdot E_1 + I_2 \cdot E_2 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3;$$

$$-0,4 \cdot 110 + 0,7 \cdot 220 = 0,4^2 \cdot 100 + 0,7^2 \cdot 100 + 0,3^2 \cdot 500$$

$$-44 + 154 = 16 + 49 + 45$$

$$110 = 110$$

Таким чином є баланс потужностей, що підтверджує правильність розрахунку.

2. Основні властивості лінійних електричних кіл.

4.1. Усі розглянуті методи розрахунку електричних кіл ґрунтуються на тому, як показує їх аналіз, не тільки на використанні законів Ома та Кірхгофа, але й на особливих властивостях лінійних систем таких, як суперпозиція часткових значень параметрів, еквівалентність активних частин схем заміщення еквівалентним генератором електроенергії та інших властивостях, що слід знати та враховувати при розрахунках, як принципи розрахунку.

Отже, основними властивостями лінійних електричних кіл є наступні властивості:

- властивість пропорційності значень величин струмів і напруг у вітках електричних кіл;
- властивість суперпозиції (накладання) часткових значень величин струмів і напруг, що створюються окремими діючими в колах джерелами електроенергії;
- властивість еквівалентності активних двополюсників, виділених в розрахункових схемах заміщення, умовним еквівалентним генератором;
- властивість можливості компенсації опорів джерелами е.р.с.

4.2. Сукупність основних властивостей лінійних електричних кіл.

4.2.1. Властивість пропорційності величин полягає в тому, що величини струмів і напруг у вітках лінійних кіл, які мають декілька джерел живлення, являють собою суперпозицію (накладання, або суму) величин і напрямків часткових струмів і напруг, що створюються в цих вітках при дії в колі окремо кожного джерела живлення. На використанні цієї властивості і ґрунтуються відповідно метод суперпозиції.

4.2.3. Властивість еквівалентності активних двополюсників, що створюються в лінійних колах при виділенні окремих розрахункових віток, умовним еквівалентним генератором полягає в тому, що при

замінні активного двополюсника еквівалентним генератором, який має $E = U_{xx}$ та $R_{вн} = R_{вх}$, величина струму у розрахунковій вітці не зміниться. На цій властивості оснований метод еквівалентного генератора.

4.2.4. Властивість компенсації полягає в тому, що при заміні опору в будь – якій вітці лінійного кола джерелом е.р.с., величина якої дорівнює величині спаду напруги в цьому опорі, а її напрямок спрямований назустріч струму, струморозподіл в колі не зміниться. Ця властивість застосовується при переведенні схем заміщення до найпростішого виду.

4.2.5. Властивість взаємності полягає в тому, що, якщо джерело е.р.с. увімкнене в один контур кола, викликає з'явлення в іншому контурі кола електричного струму певної величини, то перенесення цього джерела е.р.с. в той інший контур викличе з'явлення електричного струму такої ж величини в першому контурі кола. Ця властивість використовується також при спрощенні схем заміщення лінійних електричних кіл.

4.3. Теорема компенсації.

4.3.1. Сутність теореми: “В будь якому електричному колі можна без зміни струморозподілу замінити опір R , джерелом е.р.с., величина якої дорівнює спаду напруги на цьому опорі, а напрям спрямований назустріч струму, що протікає через опір”.

4.3.2. Доведення теореми. Для доведення теореми виділимо із схеми заміщення кола одну вітку з опором R , по якій тече струм I , а всю решту частину схеми зобразимо у вигляді активного двополюсника, до затискачів якого приєднана виділена вітка (рис 1.1.)

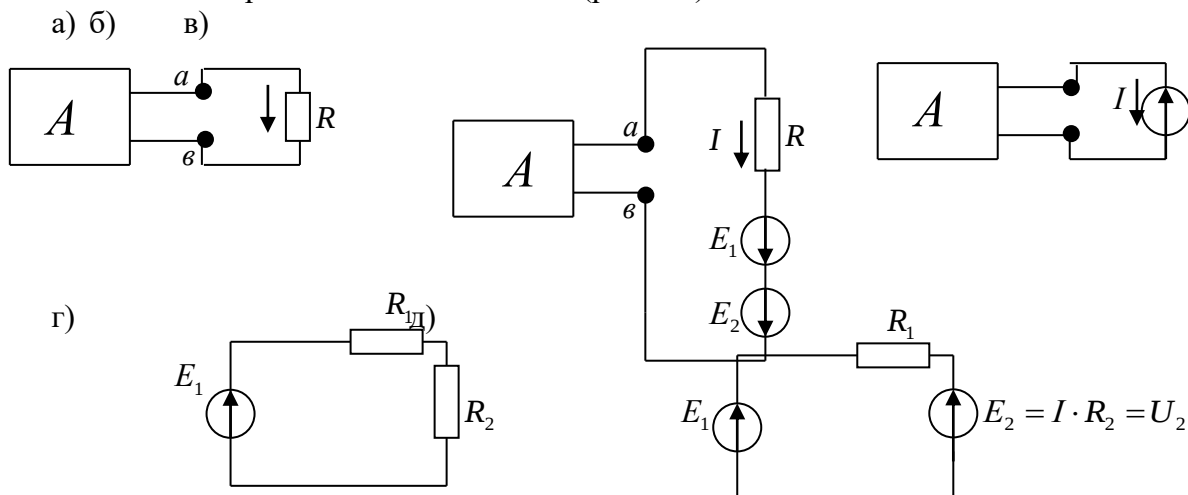


Рис. 1.1. Схеми заміщення кола при компенсації.

Якщо у виділену вітку увімкнено два джерела, що мають однакові за величиною, але протилежно спрямовані е.р.с., E_1 , та E_2 , чисельні значення яких дорівнюють спаду напруги на опорі під дією струму ($E_1 = E_2 = I \cdot R$), то струм у колі не зміниться (рис 1.1. б)

Дійсно, різниця потенціалів між точками a і c не зміниться, так як

$$\phi_c = \phi_a - I \cdot R + E_1 = \phi_a - I \cdot R + I \cdot R = \phi_a, \text{ тобто } \phi_c = \phi_a.$$

Тоді можна ділянку ac вітки вилучити, або шунтувати, а у вітці залишити тільки джерело $E_2 = I \cdot R$.

При вилученні ділянки “ ac ” точка “ c ” джерело E_2 , що залишилось, буде з’єднана з затиском “ a ” двополюсника, схема 1.1. а) пором R перетвориться в схему 1.1. в) з джерелом е.р.с. E_2 , величина якої дорівнює спаду напруги на опорі R ($E_2 = E_1 = I \cdot R$), а напрямок е.р.с. спрямований назустріч струму I .

Таким чином, при заміні опора джерелом е.р.с., що дорівнює спаду напруги на цьому опорі та спрямована назустріч струму, струморозподіл в колі не змінюється.

4.3.3. Приклад застосування. На рис. 1.1. г) і д) зображена вихідна схема (г) та схема після заміни R_2 на

E_2 (д), де $I_2 = I \cdot R_2$, а $I = \frac{E_1}{R_1 + R_2}$, тоді в схемі (д)

$$I_2 = \frac{E_1 - \frac{E_1}{R_1 + R_2} \cdot R_2}{R_1} = \frac{E_1 \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)}{R_1} = \frac{E_1 \frac{R_1 + R_2 - R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = \frac{E_1}{R_1 + R_2}.$$

Таким чином, струм в колі після заміни R_2 на E_2 не змінився.

Лекція 9. Передача електроенергії постійного струму по двопровідному колу

2. Передача електроенергії постійного струму по двопровідному колу.

Телеграфні рівняння

Розглянемо проміжний випадок, коли у поздовжньому напрямку двопровідна лінія є довгою, а у поперечному – короткою, тобто виконуються умови $l \geq \lambda$; $d \ll \lambda$.

Тут умова квазістаціонарності виконується лише для поперечного напрямку. Це дозволяє знехтувати зміною фази електричного поля у цьому напрямку. Вздовж лінії умова квазістаціонарності не виконується, тому сила струму, магнітне поле, а також лінійна густина заряду періодично змінюються за абсолютною величиною, так і за знаком. Виходячи із симетрії лінії, струм $I(x)$ крізь переріз одного із провідників однаковий за величиною, але протилежний напрямку струму, що протікає в такому ж перерізі іншого провідника. Подібний висновок можна зробити і щодо зарядів, які накопичуються на протилежних відрізках однакової довжини.

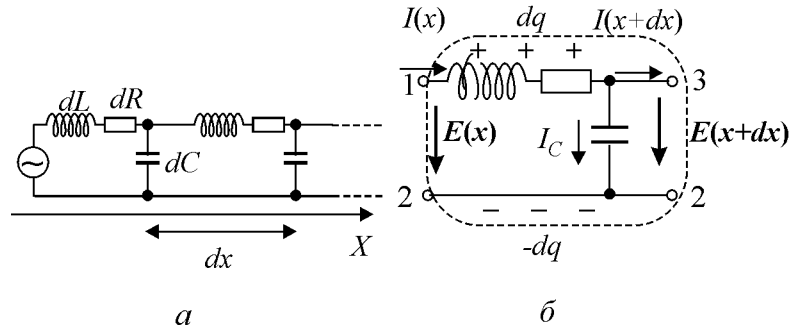


Рис. 13.10.2. Еквівалентна схема двопровідної лінії.

Система рівнянь Максвелла описує всі можливі електромагнітні процеси, хоча розв'язок конкретних задач часто буває досить складним. Аналіз із використанням рівнянь Кірхгофа значно простіший, однак його можна проводити лише для квазістаціонарних струмів. Тобто рівняння Кірхгофа можна застосувати лише для малого відрізка лінії

$$dx \ll \lambda. \quad (13.10.2)$$

На рис. 13.10.2.а зображено еквівалентну схему двопровідної лінії, складену з багатьох ланок, довжиною dx кожна. Їмність dC , індуктивність dL та опір dR кожної ланки відображено у вигляді дискретних елементів. Звичайно, індуктивність та опір кожної ланки визначаються з урахуванням відрізків на обох провідниках, однак, для зручності аналізу ці параметри уявно перекладемо з нижнього відрізка на верхній. Нижній відрізок таким чином має нульовий опір та індуктивність і лиш утворює з верхнім відрізком конденсатор ємністю dC . Значення цих параметрів пропорційні довжині відрізка dx , тобто

$$dC = C_0 dx; \quad dR = R_0 dx; \quad dL = L_0 dx,$$

де C_0, R_0, L_0 – ємність, опір та індуктивність одиниці довжини двопровідної лінії, відповідно.

На рис. 13.10.2.б зображено окрему ланку двопровідної лінії. Рівняння для контуру запишеться як

$$\int_1^2 E(x) dy - \int_2^3 E(x+dx) dy - \frac{1}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} dL = IdR.$$

Перші два члени разом описують циркуляцію напруженості електричного поля, наступний – ЕРС самоіндукції. За домовленістю опір нижнього відрізка дорівнює нулеві, тому всі точки вздовж нього мають однаковий потенціал. Оже, інтеграли в (13.10.4) визначають потенціали крайніх точок 1 і 3 верхнього відрізка, які відраховуються відносно потенціалу нижнього відрізка. Різниця цих значень дорівнює напрузі вздовж верхнього відрізка, взятій із протилежним знаком $U_{13} = dU$ (згідно з означенням напруги (3.1.4))

$$-\varphi(x) + \varphi(x+dx) = -dU = -\frac{\partial U}{\partial x} dx,$$

тобто

$$-\frac{\partial U}{\partial x} dx - \frac{\partial I}{c^2 \partial t} L_0 dx = IR_0 dx.$$

Запишемо рівняння для вузла

$$I(x)dt = I(x+dx)dt + dq_C,$$

де $dq_C = Idt$ визначає зміну заряду конденсатора за малий проміжок часу dt . Протягом цього часу напруга на конденсаторі зміниться на величину dU , тобто $dq_C = dC \cdot dU = C_0 dx \cdot dU$. Нарешті, з (13.10.6) отримуємо

$$I(x)dt - I(x + dx)dt = C_0 dx \frac{\partial U}{\partial t} dt.$$

Поділивши обидві частини (13.10.5) на dx , а (13.10.7) на dt , отримуємо систему рівнянь, яка називається *телеграфними* рівняннями

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= -\frac{L_0}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} - IR_0; \\ \frac{\partial I}{\partial x} &= -C_0 \frac{\partial U}{\partial t}. \end{aligned}$$

Телеграфні рівняння застосовуються в техніці для розрахунків розподілу струмів у антенах, поширення телеграфних сигналів та ін.

Якщо знехтувати затуханням коливань у лінії, вважаючи, що $R_0 = 0$, то рівняння (13.10.7), (13.10.8) зводяться до вигляду

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{L_0 C_0}{c^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

і аналогічно рівняння для напруги

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{L_0 C_0}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}.$$

Останні рівняння математично еквівалентні одновимірному хвильовому рівнянню (13.6.1). Якщо зробити заміни $L_0 C_0 \rightarrow \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu$, $E_y \rightarrow U$ та $H_z \rightarrow I$, то стає зрозумілим, що фазова швидкість поширення хвильового процесу вздовж лінії є

$$v = \frac{c}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}.$$

Лекція 10. Однофазні лінійні електричні кола синусоїдального змінного струму та їх основні параметри

2. Основні параметри однофазних лінійних електричних кіл синусоїдального змінного струму.
Представлення синусоїдальних ЕРС, напруги і струмів комплексними числами. Геометричні операції з векторами можна замінити операціями алгебри з комплексними числами, що істотно підвищує точність отримуваних результатів.

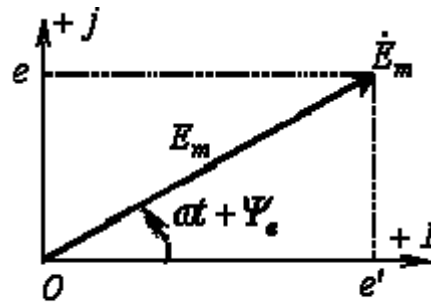


Рис.7

Кожному вектору на комплексній площині відповідає певне комплексне число, яке може бути записане в :

показовою $\dot{a} = a e^{j\Psi}$,

тригонометричною $\dot{a} = a \cos\Psi + ja \sin\Psi$ або

алгебраїчною $\dot{a} = b + jc$ - формах.

Наприклад, ЕРС $e = E_m \sin(\alpha t + \Psi_e)$ зображеною на рис. 7 вектором, що обертається, відповідає комплексне число

$$E_m e^{j(\alpha t + \Psi_e)} = E_m \cos(\alpha t + \Psi_e) + j E_m \sin(\alpha t + \Psi_e) = e' + j e.$$

Фазовий кут $(\alpha t + \Psi_e)$ визначається по проекціях вектора на осі “+1” і “+j” системи координат, як

$$\operatorname{tg}(\alpha t + \Psi_e) = \frac{e}{e'}.$$

Відповідно до тригонометричної форми запису уявна складова комплексного числа визначає миттєве значення синусоїдально такою, що змінюється ЕРС:

$$e = E_m \sin(\alpha t + \Psi_e) = I_m \left\{ E_m e^{j(\alpha t + \Psi_e)} \right\}, \quad (4)$$

Комплексне число $E_m e^{j(\alpha t + \Psi_e)}$ зручно представити у вигляді добутку двох комплексних чисел:

$$E_m e^{j(\alpha t + \Psi_e)} = \underbrace{E_m e^{j\Psi_e}}_{\dot{E}_m} \cdot e^{j\alpha t} = \dot{E}_m e^{j\alpha t} \quad (5)$$

Параметр $\dot{E}_m$, що відповідає положенню вектора для $t=0$ (або на комплексній площині, що

обертається із швидкістю ω), називають комплексною амплітудою: $\dot{E}_m = E_m e^{j\Psi_e}$ а параметр $e^{j(\alpha t + \Psi_e)}$ - комплексом миттєвого значення.

Параметр $e^{j\alpha t}$ є оператором повороту вектора на кут ωt щодо початкового положення вектора.

Взагалі кажучи, множення вектора на оператора повороту $e^{\pm j\alpha}$ є його поворот щодо первинного положення на кут $\pm\alpha$.

Отже, миттєве значення синусоїдальної величини рівне уявній частині без знаку “j” добутку

комплексу амплітуди $\dot{E}_m$ і оператора повороту $e^{j\alpha t}$:

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) = I_m \{ \dot{E}_m e^{j\omega t} \}.$$

Перехід від однієї форми запису синусоїдальної величини до іншої здійснюється за допомогою формули Ейлера:

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha, \quad (6)$$

Якщо, наприклад, комплексна амплітуда напруги задана у вигляді комплексного числа у алгебраїчній формі:

$$\dot{U}_m = U'_m + jU''_m,$$

- то для запису її в показовій формі, необхідно знайти початкову фазу Ψ_U тобто кут, який утворює вектор $\dot{U}_m$ з позитивною напіввіссю +1:

$$\operatorname{tg} \Psi_U = \frac{U''_m}{U'_m}.$$

Тоді миттєве значення напруги:

$$U = I_m \{ \dot{U}_m e^{j\omega t} \} = I_m \left\{ \sqrt{U'^2_m + U''^2_m} e^{j \operatorname{arctg} \frac{U''_m}{U'_m}} e^{j\omega t} \right\} = U_m \sin(\omega t + \Psi_U)$$

$$\text{де } \Psi_U = \operatorname{arctg}(U''_m / U'_m).$$

При записі виразу для визначеності було прийнято, що $U'_m > 0$ тобто що вектор, що зображає, знаходиться в першому або четвертому квадрантах. Якщо $U'_m < 0$ то при $U''_m > 0$ (другий квадрант)

$$\Psi_U = \pi - \operatorname{arctg} \left| \frac{U''_m}{U'_m} \right|, \quad (7)$$

а при $U''_m < 0$ (третій квадрант)

$$\Psi_U = \pi + \operatorname{arctg} \left| \frac{U''_m}{U'_m} \right| \quad (8)$$

або

$$\Psi_U = -\pi + \operatorname{arctg} \left| \frac{U''_m}{U'_m} \right| \quad (9)$$

Якщо задано миттєве значення струму у вигляді $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$ то комплексну амплітуду записують спочатку в показовій формі, а потім (при необхідності) по формулі Ейлера переходять до алгебраїчної форми:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\Psi_i} = I_m \cos \Psi_i + j I_m \sin \Psi_i = I'_m + j I''_m.$$

Слід вказати, що при складанні і відніманні комплексів слід користуватися алгебраїчною формою їх запису, а при множенні і діленні зручна показова форма.

Отже, застосування комплексних чисел дозволяє перейти від геометричних операцій над векторами до алгебраїчних над комплексами. Так при визначенні комплексної амплітуди результуючого

струму $\dot{I}_3$ по мал. 5 отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{3m} &= \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} = I_{1m} e^{j\Psi_1} + I_{2m} e^{j\Psi_2} = I_{1m} (\cos \Psi_1 + j \sin \Psi_1) + I_{2m} (\cos \Psi_2 + j \sin \Psi_2) = \\ &= (I_{1m} \cos \Psi_1 + I_{2m} \cos \Psi_2) + j (I_{1m} \sin \Psi_1 + I_{2m} \sin \Psi_2) = I_{3m} \cos \Psi_3 + j I_{3m} \sin \Psi_3 = \\ &= I_{3m} e^{j\Psi_3}, \end{aligned}$$

$$\text{де } I_{3m} = \sqrt{(I_{1m} \cos \Psi_1 + I_{2m} \cos \Psi_2)^2 + (I_{1m} \sin \Psi_1 + I_{2m} \sin \Psi_2)^2};$$

$$\operatorname{tg} \Psi_3 = \frac{I_{1m} \sin \Psi_1 + I_{2m} \sin \Psi_2}{I_{1m} \cos \Psi_1 + I_{2m} \cos \Psi_2}.$$

Значення синусоїдальних ЕРС, що діє, напруги і струмів

Відповідно до виразу (3) для значення синусоїдального струму, що діє, запишемо:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{I_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \frac{I_m^2 \cdot T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Аналогічний результат можна отримати для синусоїдальних ЕРС і напруг. Таким чином, значення синусоїдальних струму, ЕРС і напруг, що діють, менше своїх амплітудних значень в $\sqrt{2}$ раз:

$$X = \frac{X_m}{\sqrt{2}}. \quad (10)$$

Оскільки, як буде показано далі, енергетичний розрахунок ланцюгів змінного струму зазвичай проводиться з використанням значень величин, що діють, по аналогії з попереднім введемо поняття комплексу значення, що діє

$$\dot{E} = E e^{j\Psi_e} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\Psi_e}.$$

Контрольні питання і завдання

1. Який практичний сенс має зображення синусоїдальних величин за допомогою векторів?
2. Який практичний сенс має представлення синусоїдальних величин з використанням комплексних чисел?
3. У чому полягають переваги зображення синусоїдальних величин за допомогою комплексів в порівнянні з їх векторним уявленням?
4. Для заданих синусоїдальних функцій ЕРС і струму

$$e = 220\sqrt{2} \sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ В}; \quad i = 14,1 \sin\left(314t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}$$

записати відповідні ним комплекси амплітуд і значень, що діють, а також комплекси миттєвих значень.

$$i_1 = 2,82 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ А} \quad i_2 = 14,1 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ А}.$$

5. На рис. 5 i_3 . Визначити i_3 .

$$\text{Відповідь: } i_3 = 15,08 \sin(\omega t + 34,6^\circ) \text{ А}$$

Лекція 11. Символічний метод аналізу лінійних електричних кіл змінного струму та розрахункові операції з комплексними параметрами під час розрахунку однофазних електричних кіл змінного струму із одним джерелом електроенергії

1. Розрахункові операції з комплексними параметрами під час розрахунку однофазних електричних кіл змінного струму із одним джерелом електроенергії.

Дії з комплексами параметрів Іф СЗС.

Додавання та віднімання.

Додавання та віднімання доцільно використовувати при зображенні комплексів параметрів в алгебраїчній формі.

1) Припустимо, що миттєві значення струмів дорівнюють:

$i_1 = I_{m_1} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_1})$, та $i_2 = I_{m_2} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_2})$, тоді їх комплексні зображення в алгебраїчній формі будуть рівні:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{I_{m_1}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \psi_{i_1} + j \frac{I_{m_1}}{\sqrt{2}} \cdot \sin \psi_{i_1} = I_{a_1} + j I_{p_1} = I_1 \cdot e^{j\psi_{i_1}} \\ \dot{I}_2 &= \frac{I_{m_2}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \psi_{i_2} + j \frac{I_{m_2}}{\sqrt{2}} \cdot \sin \psi_{i_2} = I_{a_2} + j I_{p_2} = I_2 \cdot e^{j\psi_{i_2}} \end{aligned} \right\}$$

2) Додавання комплексів струмів в алгебраїчній формі полягає в складанні їх дійсних і уявних складових:

$$\dot{I}_{12} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (I_{a_1} + j I_{p_1}) + (I_{a_2} + j I_{p_2}) = (I_{a_1} + I_{a_2}) + j(I_{p_1} + I_{p_2}) = I_{a_{12}} + j I_{p_{12}}$$

3) Для визначення оригіналу цієї суми або миттєвого значення суми двох миттєвих значень треба визначити:

а) модуль комплексу $\dot{I}_{12} : I_{12} = \sqrt{I_{a_{12}}^2 + I_{p_{12}}^2}$

$$\dot{I}_{12} : \psi_{i_{12}} = \arctg \frac{I_{p_{12}}}{I_{a_{12}}}$$

б) аргумент комплексу

Тоді $i_{12} = i_1 + i_2 = \sqrt{2} \cdot I_{12} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_{12}})$

4) Аналогічно виконується віднімання в алгебраїчній формі, яке полягає в визначенні різниці дійсних і уявних складових:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 = (I_{a_1} - I_{a_2}) + j(I_{p_1} - I_{p_2}) = I_{a_{12}} + j I_{p_{12}}$$

5) Приклад: а) $i_1 = 10 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ)$ та $i_2 = 6 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$; треба знайти $i_{12} = i_1 + i_2$.

б) визначимо комплекси і силу цих струмів в алгебраїчній формі:

$$\dot{I}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ + j \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \sin 45^\circ = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 + j5;$$

$$\dot{I}_2 = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \cos 30^\circ + j \frac{6}{\sqrt{2}} \sin(-30^\circ) = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + j \frac{3}{\sqrt{2}} = 3,67 - j2,12.$$

$$\dot{I}_{12} = (5 + 3,67) + j(5 - 2,12) = 8,67 + j2,88.$$

в) Визначимо модуль і аргумент та отримаємо миттєве значення суми:

$$I_{12} = \sqrt{I_{a_{12}}^2 + I_{p_{12}}^2} = \sqrt{8,67^2 + 2,88^2} = \sqrt{83,46} = 9,14 \text{ A.}$$

$$\psi_{12} = \arctg \frac{2,88}{8,67} = 0,321 \text{ рад} = 20,4^\circ$$

$$i_{12} = i_1 + i_2 = \sqrt{2} \cdot 9,14 \cdot \sin(\omega t + 20,4^\circ) = 12,93 \cdot \sin(\omega t + 20,4^\circ).$$

1.2.2. Множення та ділення.

Множення та ділення доцільно використовувати при зображенні комплексів в показниковій формі.

1) Тоді множення і ділення двох комплексів полягає в множенні і діленні показникових функцій:

$$\dot{I}_{12} = \dot{I}_1 \cdot \dot{I}_2 = I_1 \cdot e^{j\psi_{i_1}} \cdot I_2 \cdot e^{j\psi_{i_2}} = I_1 \cdot I_2 \cdot e^{j(\psi_{i_1} + \psi_{i_2})} = I_{(12)} \cdot e^{j(\psi_1 + \psi_2)}$$

$$I_{1/2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{I_1 \cdot e^{j\psi_{i_1}}}{I_2 \cdot e^{j\psi_{i_2}}} = \frac{I_1}{I_2} \cdot e^{j(\psi_{i_1} + \psi_{i_2})} = I_{1/2} \cdot e^{j(\psi_1 + \psi_2)}$$

2) Визначення оригіналів миттєвих значень добутку або частки від ділення двох миттєвих значень здійснюється аналогічно визначенню оригіналів суми та різниці цих значень:

$$\left. \begin{aligned} i_{12} &= i_1 \cdot i_2 = \sqrt{2} \cdot I_{(12)} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_1} + \psi_{i_2}) \\ i_{1/2} &= \frac{i_1}{i_2} = \sqrt{2} \cdot I_{(1/2)} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_1} + \psi_{i_2}) \end{aligned} \right\}$$

3) Приклад:

$$\text{а) } \dot{I}_1 \cdot \dot{I}_2 = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j45^\circ} \cdot \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j30^\circ} = \frac{60}{2} \cdot e^{j(45-30)} = 30 \cdot e^{j15^\circ};$$

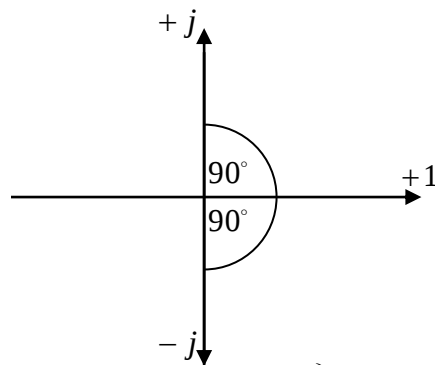
$$\text{Тоді, } i_1 \cdot i_2 = \sqrt{2} \cdot 30 \cdot \sin(\omega t + 15^\circ) = 42,43 \cdot \sin(\omega t + 15^\circ).$$

$$\text{б) } \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j45^\circ}}{\frac{6}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j30^\circ}} = \frac{10}{6} \cdot e^{j(45+30)} = \frac{10}{6} \cdot e^{j75^\circ};$$

$$\text{Тоді, } \frac{i_1}{i_2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10}{6} \cdot \sin(\omega t + 75^\circ) = 2,36 \cdot \sin(\omega t + 75^\circ).$$

Множення та ділення на j та на $-j$ ($j = e^{j90^\circ}$, $-j = e^{-j90^\circ}$):

Припустимо, що комплексне число $\dot{A} = A \cdot e^{j\psi}$ треба помножити на $j = e^{j90^\circ}$, де $j = \dot{A}_j = I \cdot \cos 90^\circ + j \cdot I \sin 90^\circ = I \cdot e^{j90^\circ}$, а $-j = e^{-j90^\circ}$.



$$\left. \begin{aligned} 1) \dot{A} \cdot j &= A \cdot e^{j\psi} \cdot I \cdot e^{j90^\circ} = A \cdot e^{j(\psi+90^\circ)}; \\ 2) \frac{\dot{A}}{j} &= \frac{A \cdot e^{j\psi}}{I \cdot e^{j90^\circ}} = A \cdot e^{j(\psi-90^\circ)}; \\ 3) \dot{A} \cdot (-j) &= A \cdot e^{j\psi} \cdot I \cdot e^{-j90^\circ} = A \cdot e^{j(\psi-90^\circ)}; \\ 4) \frac{\dot{A}}{-j} &= \frac{A \cdot e^{j\psi}}{I \cdot e^{-j90^\circ}} = A \cdot e^{j(\psi+90^\circ)}. \end{aligned} \right\}$$

Тоді,

1.2.4. Визначення зображення похідної від миттєвого значення струму:

$$1) \text{ дано } i = I \cdot \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$2) \frac{di}{dt} = \omega I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ);$$

3) Тоді в комплексному вигляді похідна $\frac{di}{dt}$ може бути зображена в показниковій формі, як:

$$\dot{I}' = \omega \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = \omega I \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j90^\circ} = j\omega I \cdot e^{j\psi_i} = j\omega \cdot \dot{I}.$$

1.2.5. Визначення зображення інтегралу від миттєвого значення струму:

$$1) \int i(t) dt = \frac{1}{\omega} I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ);$$

2) Тоді аналогічно зображенню похідної зображення інтегралу в комплексному вигляді буде:

$$\frac{1}{\omega} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\psi_i - 90^\circ)} = \frac{1}{\omega} I \cdot e^{j\psi_i} \cdot e^{-j90^\circ} = \frac{1}{j\omega} \cdot I \cdot e^{j\psi_i} = \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

Таким чином, дії з комплексними параметрами Іф СЗС складаються із наступних операцій:

1) Додавання та віднімання (в алгебраїчній формі):

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (I_{a_1} + jI_{p_1}) \pm (I_{a_2} + jI_{p_2}) = (I_{a_1} \pm I_{a_2}) + j(I_{p_1} \pm I_{p_2}) = I_{a_{12}} \pm jI_{p_{12}} = \dot{I}_{12}$$

2) множення та ділення (в показниковій формі):

$$\dot{I}_1 \cdot \dot{I}_2 = I_1 \cdot e^{j\psi_{i_1}} \cdot I_2 \cdot e^{j\psi_{i_2}} = I_{12} \cdot e^{j(\psi_{i_1} + \psi_{i_2})} = I_{12} \cdot \cos(\psi_{i_1} + \psi_{i_2}) + j \cdot I_{12} \cdot \sin(\psi_{i_1} + \psi_{i_2})$$

$$\dot{I}_1 : \dot{I}_2 = \frac{I_1 \cdot e^{j\psi_{i_1}}}{I_2 \cdot e^{j\psi_{i_2}}} = I_{\frac{1}{2}} \cdot e^{j(\psi_{i_1} - \psi_{i_2})} = I_{(12)} \cdot \cos(\psi_{i_1} - \psi_{i_2}) + j \cdot I_{(12)} \cdot \sin(\psi_{i_1} - \psi_{i_2})$$

3) множення та ділення на j та $(-j)$ (в показниковій формі):

$$\dot{A} \cdot j = \frac{A}{(-j)} = A \cdot e^{j(\psi_a + 90^\circ)}; \quad \dot{A} \cdot (-j) = \frac{A}{j} = A \cdot e^{j(\psi_a - 90^\circ)}.$$

а)

б)

4) зображення комплексу похідної від миттєвого значення струму:

$$(\dot{I}') = \omega I \cdot e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = \omega I \cdot e^{j\psi_i} \cdot e^{j90^\circ} = j\omega I \cdot e^{j\psi_i} = j\omega \dot{I}$$

5) зображення комплексу інтегралу від миттєвого значення струму:

$$\left(\int i(t) dt \right) = \frac{1}{\omega} I \cdot e^{j(\psi_i - 90^\circ)} = \frac{1}{\omega} I \cdot e^{j\psi_i} \cdot e^{-j90^\circ} = \frac{1}{j\omega} I \cdot e^{j\psi_i} = \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

Лекція 12. Методи розрахунку лінійних електричних кіл змінного струму за наявності декількох джерел електричної енергії

1. Метод вузлових потенціалів

Даний метод витікає з першого закону Кирхгофа. Як невідомі приймаються потенціали вузлів, по знайдених значеннях яких за допомогою закону Ома для ділянки ланцюга з джерелом ЕДС потім знаходять струми в гілках. Оскільки потенціал – величина відносна, потенціал один з вузлів (будь-якого) приймається рівним нулю. Таким чином, число невідомих потенціалів, а отже, і число рівнянь рівне $(m - 1)$ тобто числу гілок дерева $\mathcal{O}$.

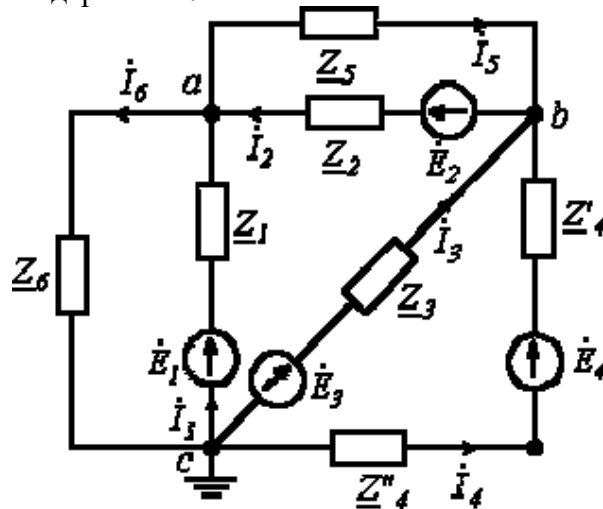


Рис. 4

Припустимо, маємо схему по мал. 4, в якій приймемо $\phi_c = 0$.

Допустимо, що ϕ_a і ϕ_b відомі. Тоді значення струмів на підставі закону Ома для ділянки ланцюга з джерелом ЕДС

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1 - \phi_a}{Z_1} = (\dot{E}_1 - \phi_a) Y_1; \\ \dot{I}_2 &= (\phi_b - \phi_a + \dot{E}_2) Y_2; \\ \dot{I}_3 &= (\dot{E}_3 - \phi_b) Y_3; \\ \dot{I}_4 &= (\dot{E}_4 - \phi_b) Y_4, \quad \text{где } Y_4 = \frac{1}{Z_4' + Z_4''}; \\ \dot{I}_5 &= (\phi_a - \phi_b) Y_5; \\ \dot{I}_6 &= \phi_a Y_6. \end{aligned} \right\}$$

Запишемо рівняння по першому закону Кирхгофа для вузла а:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_5 - \dot{I}_6 = 0,$$

і підставимо значення вхідних в нього струмів, визначених вище:

$$(\dot{E}_1 - \phi_a) Y_1 + (\phi_b - \phi_a + \dot{E}_2) Y_2 - (\phi_a - \phi_b) Y_5 - \phi_a Y_6 = 0.$$

Згрупувавши відповідні члени, отримаємо:

$$(Y_1 + Y_2 + Y_5 + Y_6) \phi_a - (Y_2 + Y_5) \phi_b = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2.$$

Аналогічно можна записати для вузла b:

$$-(Y_2 + Y_5) \phi_a + (Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) \phi_b = \dot{E}_3 Y_3 + \dot{E}_4 Y_4 - \dot{E}_2 Y_2.$$

Як і по методу контурних струмів, система рівнянь по методу вузлових потенціалів може бути складена формальним шляхом. При цьому необхідно керуватися наступними правилами:

1. У лівій частині i -го рівняння записується із знаком “+” потенціал ϕ_i i -го вузла, для якого складається дане i -е рівняння, помножений на суму провідності $\underline{Y}_{ii}$ гілок, приєднаних до даного i -му вузла, і із знаком “-” потенціал ϕ_k сусідніх вузлів, кожен з яких помножений на суму провідності $\underline{Y}_{ik}$ гілок, приєднаних до i -му і k -му вузлів.

Із сказаного виходить, що всі члени $\phi_i \underline{Y}_{ii}$ що стоять на головній діагоналі в лівій частині системи рівнянь, записуються із знаком “+”, а всі останні – із знаком “-”, причому $\underline{Y}_{ik} = \underline{Y}_{ki}$. Остання рівність по аналогії з методом контурних струмів забезпечує симетрію коефіцієнтів рівнянь щодо головної діагоналі.

2. У правій частині i -го рівняння записується так званий вузловий струм $\dot{J}_i$ рівний сумі творів ЕДС гілок, відповідних до i -му вузла, і провідності цих гілок. При цьому член суми записується із знаком “+”, якщо відповідна ЕДС направлена до i -му вузла, інакше ставиться знак “-”. Якщо у відповідних до i -му вузла гілках містяться джерела струму, то знаки струмів джерел струмів, що входять у вузловий струм простими доданками, визначаються аналогічно.

На закінчення відзначимо, що вибір того або іншого з розглянутих методів визначається тим, що слід знайти, а також тим, який з них забезпечує менший порядок системи рівнянь. При розрахунку струмів при однаковому числі рівнянь переважно використовувати метод контурних струмів, оскільки він не вимагає додаткових обчислень з використанням закону Ома. Метод вузлових потенціалів дуже зручний при розрахунках багатофазних ланцюгів, але не зручний при розрахунку ланцюгів з взаємною індуктивністю.

Контрольні питання і завдання

1. У гілці на рис. 1 $\dot{U}_{ab} = 100e^{j30^\circ} \text{ В}$; $\dot{E} = 40e^{-j90^\circ} \text{ В}$; $\underline{Z} = 30e^{j60^\circ} \text{ Ом}$. Визначити струм $\dot{I}$.

Відповідь: $\dot{I} = 4,54e^{j188,45^\circ} \text{ А}$.

2. У чому полягає суть символічного методу розрахунку ланцюгів синусоїдального струму?

3. У чому полягає суть методу контурних струмів?

4. У чому полягає суть методу вузлових потенціалів?

5. У ланцюзі на рис. 5 $e_1 = 169 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В}$; $e_2 = 169 \sin(\omega t + 180^\circ) \text{ В}$; $e_3 = 169 \sin \omega t \text{ В}$; $R_1 = 100 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 150 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 50 \text{ Ом}$; $X_{C3} = 100 \text{ Ом}$. Методом контурних струмів визначити комплекси значень струмів гілок, що діють.

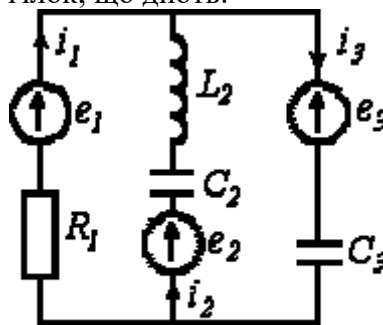


Рис. 5

Відповідь: $\dot{I}_1 = -j2,4 \text{ А}$; $\dot{I}_2 = -3,6 + j1,2 \text{ А}$; $\dot{I}_3 = -3,6 - j1,2 \text{ А}$.

6. У ланцюзі на рис. 6 $R_1 = R_4 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 100 \text{ Ом}$;

$R_3 = 50 \text{ Ом}$; $R_5 = 80 \text{ Ом}$; $R_6 = 40 \text{ Ом}$; $R_7 = 20 \text{ Ом}$; $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_3 = 150 \text{ В}$;

$E_4 = 130 \text{ В}$; $E_6 = 180 \text{ В}$. Розрахувати струми в гілках, використовуючи метод вузлових потенціалів.

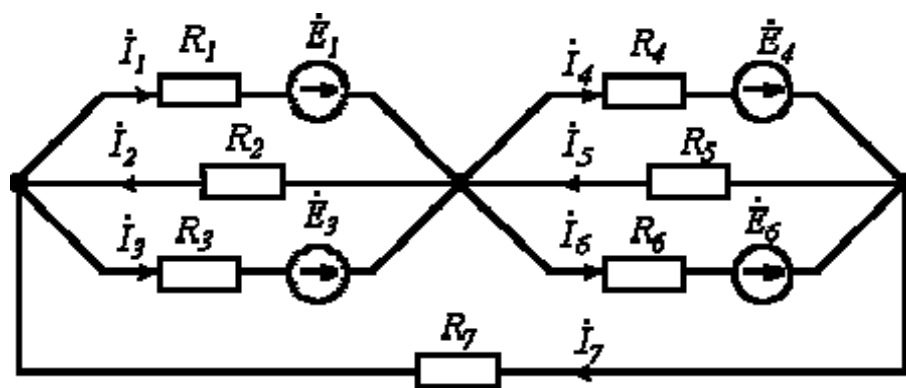


Рис. 6

Відповідь: $I_1 = 5 \text{ A}$; $I_2 = 0,5 \text{ A}$; $I_3 = 2 \text{ A}$; $I_4 = 5 \text{ A}$; $I_5 = 1 \text{ A}$; $I_6 = 2,5 \text{ A}$; $I_7 = 6,5 \text{ A}$.

Лекція 13. Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму методом провідностей

1. Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму методом провідностей.

Побудова еквівалентних схем заміщення ЛЕК з послідовним і паралельним з'єднанням активних та індуктивних опорів.

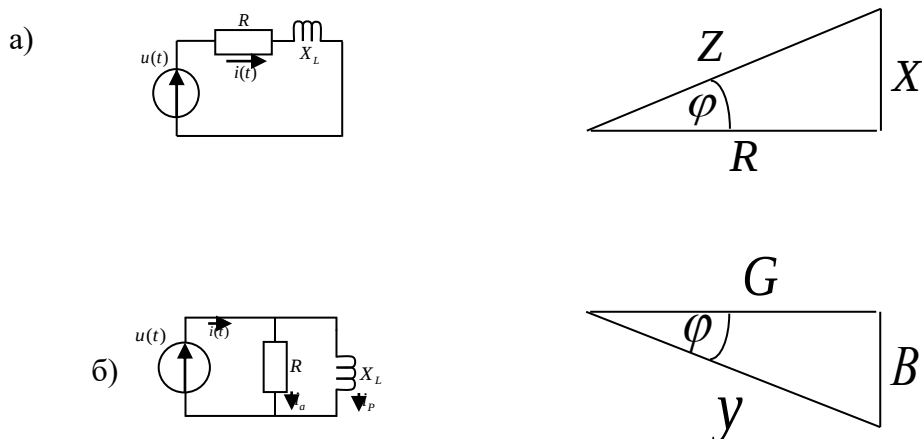


Рис. 1. Еквівалентні схеми заміщення та трикутники опорів і провідностей.

В побудованих схемах напруга і струм джерела рівні один одному.

2.1.2. Визначимо із трикутників опорів і провідностей співвідношення сторін:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{G}{Y} \quad (1) \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z} = \frac{B}{Y} \quad (2) \quad Y = \frac{1}{Z} \quad (3)$$

Тоді, із (1), (2) і (3) отримаємо вираз для визначення провідностей:

$$G = \frac{R \cdot Y}{Z} = \frac{R}{Z^2}$$

$$B = \frac{X \cdot Y}{Z} = \frac{X}{Z^2}$$

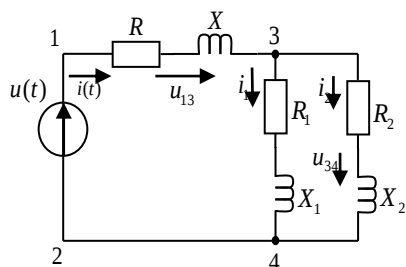
Аналогічно отримаємо вирази для визначення опорів:

$$R = \frac{G \cdot Z}{Y} = \frac{G}{Y^2}$$

$$X = \frac{B \cdot Z}{Y} = \frac{B}{Y^2}$$

2.1.3. Побудова типових розрахункових схем заміщення Іф. ЛЕК СЗС та їх спрощення

1) Дана типова схема заміщення:



Треба визначити:

$$I, I_1, I_2, U_{13}, U_{34}, \varphi, \varphi_1, \varphi_2,$$

$$P_1, Q_1, S_1, P_2, Q_2, S_2, P_3, Q_3, S_3.$$

Рис. 4.2. Типова схема заміщення.

5. Визначення миттєвих значень струмів, спадів напруг та електромагнітних сил (за результатами п.4).

5.1. Визначення миттєвих значень струмів:

$$1) i_1 = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_1}) = \sqrt{2} \cdot 17,69 \cdot \sin(\omega t + 69^\circ);$$

$$2) i_2 = \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_2}) = \sqrt{2} \cdot 21,73 \cdot \sin(\omega t + 24,9^\circ);$$

$$3) i_3 = \sqrt{2} \cdot I_3 \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_3}) = \sqrt{2} \cdot 15,31 \cdot \sin(\omega t - 29,3^\circ).$$

5.2. Визначення миттєвих значень е.р.с. і спадів напруг:

- 1) $\ell_1 = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega t + \psi_{\ell_1}) = 131,53 \cdot \sin(\omega t - 81,25^\circ);$
- 2) $\ell_2 = \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega t + \psi_{\ell_2}) = \sqrt{2} \cdot 169,71 \cdot \sin(\omega t + 45^\circ);$
- 3) $u_1 = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_1}) = \sqrt{2} \cdot 185,46 \cdot \sin(\omega t - 93,6^\circ);$
- 4) $u_2 = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_2}) = \sqrt{2} \cdot 110,69 \cdot \sin(\omega t + 36^\circ);$
- 5) $u_3 = \sqrt{2} \cdot U_3 \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_3}) = \sqrt{2} \cdot 63,06 \cdot \sin(\omega t + 60,8^\circ).$

6. Визначення для контуру $abcd$ величини ємності контуру, який треба під'єднати паралельно контуру $abcd$ для підвищення $\cos \varphi$ до 0,9.

6.1. Визначення струму $\dot{I}_H$, кута зсуву фаз між напругою $(\dot{E}_1)$ і струмом $\dot{I}_H$ контуру $abcd(\varphi_H)$ та $\cos \varphi_H$:

$$\dot{I}_H = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_H} = \frac{20 - j130}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{20 - j130}{10 + j3,14 + j4,12} = \frac{20 - j130}{10 + j7,26} = -4,87 - j9,46 =$$

$$1) = I_H \cdot e^{j\psi_{iH}} = 10,64 \cdot e^{-j117,3^\circ}, \text{де } \psi_{iH} = -117,3^\circ.$$

$$2) \varphi_H = \varphi_{e_1} - \psi_{iH} = -81,25 - (-117,3) = 36,05; \quad \cos \varphi_H = \cos 36,05^\circ = 0,8085.$$

$$\varphi_H = \arctg \frac{X_H}{R_H} = \arctg \frac{7,26}{10} = 36^\circ.$$

або

6.2. Визначення кута зсуву фаз при $\cos \varphi = 0,9$:

$$\varphi = \arccos 0,9 = 25,84^\circ.$$

6.3. Визначення активної потужності джерела електроенергії контуру:

$$\underline{S}_{01_H} = \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_H^* = 131,53 \cdot e^{-j81,25^\circ} \cdot 10,64 \cdot e^{j117,3^\circ} = 1399,5 \cdot e^{j36,05} = 1131,5 + j823,6,$$

$$\text{де } P_{01_H} = 1131,5 \text{ Вт.}$$

6.4. Визначення ємності конденсатора:

$$C = \frac{P_{01_H}}{\omega \cdot E_1^2} \cdot (tg \varphi_H - tg \varphi) = \frac{1131,5}{2\pi \cdot 50 \cdot 131,53^2} (tg 36,05^\circ - tg 25,84^\circ) =$$

$$= 208 \cdot 10^{-6} (0,7279 - 0,4842) = 208 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2437 = 50,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 50,7 \text{ мкФ}.$$

6.5. Векторні діаграми струмів до і після під'єднання конденсатора до контуру $abcd$.

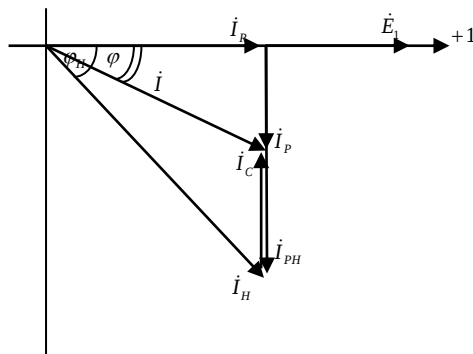


Рис. Векторні діаграми струмів.

Рекомендована література

1. Теоретичні основи електротехніки : Підручник: У 3-х т. / [В.С.Бойко, В.В.Бойко, Ю.В.Видолоб та ін.] - К.: Політехніка, 2004.
2. Коруд В.І. Електротехніка /В.І. Коруд, О.Є. Гамола, С.М. Малинівський. - Львів: Магнолія плюс, 2005. - 447 с.
3. Мілих В.І. Електротехніка та електромеханіка.- К.: Каравела, 2005.- 376 с.
4. Селепина, Й.Р. Якимчук Н.М. Теоретичні основи електротехніки – Луцьк : Луцький НТУ, 2015. – 273 с.
5. Теоретичні основи електротехніки / Г.П. Балан, П.О. Кравченко, Ю.Ф. Свергун, О.Є. Щербаков. - К.: «Інтас», 2007. - 325 с.
6. Електротехніка. Основні поняття. Терміни та визначення: Держстандарт ДСТУ 2843-94. - К.: Держстандарт України, 1994. - 67 с.
7. Електричні й магнітні кола та пристрої. Терміни та визначення: Держстандарт ДСТУ 2815-94. - К.: Держстандарт України, 1994. - 94с.
8. Електротехніка. Літерні позначення основних величин. - Держстандарт ДСТУ 3120-95. - К.: Держстандарт України, 1995. - 67 с.
9. Електротехніка в будівництві / [А.Є. Ачкасов, В.А. Лушкін, В.М. Охріменко та ін.] - Харків: ХНАМГ, 2009. - 363 с.

Лобода Валерій Борисокич
Чепіжний Андрій Володимирович
Шевель Євгеній Олександрович
Василенко Микола Веніамінович

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

конспект лекцій

для студентів інженерно-технологічного факультету
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка»
денної та заочної форм навчання

Сумський НАУ, вул. Г. Кондратьєва 160

Підписано до друку 2023 р. Тираж 20 прим. Гарнітура. Times New Roman.
Умовн. Друк. арк. 2,0 замовл.
