МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра технічного сервісу

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ПО ВИКОНАННЮ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

«ТЕОРІЯ ТА ТЕХНОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»

для студентів ОС «Магістр» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми навчання

СУМИ 2021

УДК 001.891

Укладачі: Кирик Г.В., д.т.н., доцент, професор кафедри технічного сервісу;

Коноплянченко Є. В. к.т.н., доцент, доцент кафедри технічного сервісу.

Методичні вказівки до виконання самостійної роботи з курсу «Теорія та технологія наукових досліджень» для студентів ОС «Магістр» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми навчання. - Суми, 2021. - 43 с.

В методичних вказівках подано матеріал який містить короткий опис методів обчислень, приклади з необхідними коментарями, порядок виконання самостійної роботи та варіанти індивідуальних завдань для групи студентів з 18 чоловік.

Рецензенти: Тарельник В.Б. д.т.н., професор кафедри "Технічний сервіс";
Зубко В.М. к.т.н., доцент, завідувач кафедри тракторів, с.-г. машин та транспортних технологій.

Відповідальний за випуск: Коноплянченко Є.В., доцент кафедри "Технічний сервіс".

Рекомендовано до друку Методичною радою інженерно-технологічного факультету СНАУ

Протокол № 5 від " 29 " березня 2021 р.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

1.Структурно - логічний аналіз технічних систем

Визначення структури системи

Кінцевою метою розрахунку надійності технічних пристроїв є оптимізація конструктивних рішень і параметрів, режимів експлуатації, організація технічного обслуговування та ремонтів. Тому вже на ранніх стадіях проектування важливо оцінити надійність об'єкта, виявити найбільш ненадійні вузли і деталі, визначити найбільш ефективні міри підвищення показників надійності. Рішення цих задач можливо після попереднього структурно - логічного аналізу системи.

Більшість технічних об'єктів, є складними системами, що складаються з окремих вузлів, деталей, агрегатів, пристроїв контролю, керування й т.д.. *Технічна система* (ТС) - сукупність технічних пристроїв (елементів), призначених для виконання певної функції або функцій. Відповідно, *елемент* - складова частина системи.

Розчленовування ТС на елементи досить умовно і залежить від постановки задачі розрахунку надійності. Наприклад при аналізі працездатності технологічної лінії її елементами можуть уважатися окреме устаткування і верстати, транспортні і завантажувальні пристрої й т.п. У свою чергу верстати й пристрої також можуть уважатися технічними системами і при оцінці їхньої надійності повинні бути розділені на елементи - вузли, блоки, які, у свою чергу - на деталі й т.д.

При визначенні структури ТС у першу чергу необхідно оцінити вплив кожного елемента і його працездатності на працездатність системи в цілому. Із цього погляду доцільно розділити всі елементи на чотири групи:

1. Елементи, відмова яких практично не впливає на працездатність системи (наприклад, деформація кожуха, зміна фарбування поверхні і т.п.).

2. Елементи, працездатність яких за час експлуатації практично не змінюється та імовірність безвідмовної роботи близька до одиниці (корпусні деталі, малонавантажені елементи з великим запасом міцності).

3. Елементи, ремонт або регулювання яких можливе при роботі виробу (ТС) або під час планового технічного обслуговування (налагодження або заміна технологічного інструмента устаткування, і т.д.).

4. Елементи, відмова яких сама по собі або в сполученні з відмовами інших елементів приводить до відмови системи.

Очевидно, при аналізі надійності ТС має сенс включати в розгляд тільки елементи останньої групи.

Для розрахунків параметрів надійності зручно використати *структурно - логічні схеми надійності* ТС, які графічно відображають взаємозв'язок елементів та їхній вплив на працездатність системи в цілому. Структурно - логічна схема являє собою сукупність раніше виділених елементів, з'єднаних один з одним послідовно або паралельно. Критерієм для визначення виду з'єднання елементів (послідовного або паралельного) при побудові схеми є вплив їхньої відмови на працездатність ТС.

Послідовним (з погляду надійності) вважається з'єднання, при якому відмова будь-якого елемента приводить до відмови всієї системи (рис. 1.1).

Паралельним (з погляду надійності) вважається з'єднання, при якому відмова будь-якого елемента не приводить до відмови системи, поки не відмовлять всі з'єднані елементи (рис.1.2).

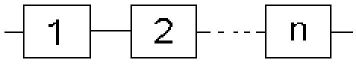


Рис.1.1. Послідовне з’єднання елементів

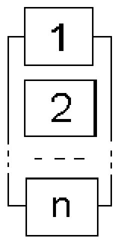


Рис. 1.2. Паралельне з’єднання елементів

Певна аналогія тут простежується з електричним ланцюгом, складеним із елементів (справний елемент пропускає струм, елемент що відмовив не пропускає): працездатному стану ТС відповідає можливість протікання струму від входу до виходу ланцюга .

Прикладом послідовного з'єднання елементів структурно - логічної схеми може бути технологічна лінія, у якій відбувається переробка сировини в готовий продукт. Якщо ж на деяких ділянках лінії передбачена одночасна обробка на декількох одиницях устаткування, то такі елементи (одиниці устаткування) можуть уважатися з'єднаними паралельно.

Однак не завжди структурна схема надійності аналогічна конструктивній або електричній схемі розташування елементів. Наприклад, підшипники на валу редуктора працюють конструктивно паралельно один з одним, однак вихід з ладу кожного з них приводить до відмови системи. Зазначені елементи з погляду надійності утворять послідовне з'єднання.

Крім того, на структуру схеми надійності може впливати і вид виникаючих відмов. Наприклад, в електричних системах для підвищення надійності в ряді випадків застосовують паралельне або послідовне з'єднання комутуючих елементів (рис. 1.3).

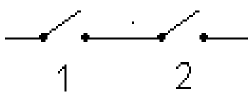
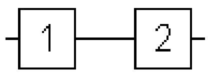
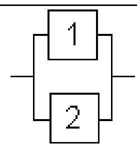
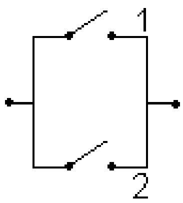
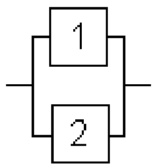
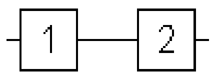
Електрична схема	Структурна схема надійності при відмові типу	
	обрив	замикання
		
		

Рис. 1.3. Електричні і структурні схеми з'єднання комутаційних елементів при різних видах відмов

Відмова таких виробів може відбуватися по двох причинах: обриву (тобто неможливості замикання ланцюга) і замикання (тобто неможливості розриву з'єднання). У випадку відмови типу “обрив” схема надійності відповідає електричній схемі системи (при “обриві” будь-якого комутатора при послідовному їхньому з'єднанні виникає відмова, при паралельному - всі функції керування буде виконувати справний комутатор). У випадку відмови типу “замикання” схема надійності протилежна електричній (у паралельному включенні втратиться можливість відключення струму, а в послідовному загальної відмови не відбувається).

Аналіз структурної надійності

У цілому аналіз структурної надійності ТС, як правило, включає наступні операції:

1. Аналізуються пристрої та виконувані системою і її складовими частинами функцій , а також взаємозв'язок складових частин.
2. Формується зміст поняття “безвідмовної роботи” для даної конкретної системи.
3. Визначаються можливі відмови складових частин і системи, їхні причини і можливі наслідки.
4. Оцінюється вплив відмов складових частин системи на її працездатність.
5. Система розділяється на елементи, показники надійності яких відомі.
6. Складається структурно - логічна схема надійності технічної системи, що є моделлю її безвідмовної роботи.
7. Складаються розрахункові залежності для визначення показників надійності ТС із використанням даних по надійності її елементів і з урахуванням структурної схеми.

Залежно від поставленої задачі на підставі результатів розрахунку характеристик надійності ТС робляться висновки і приймаються рішення про необхідність зміни або доробки елементної бази, резервуванні окремих елементів або вузлів, про встановлення певного режиму профілактичного обслуговування, про номенклатуру і кількість запасних елементів для ремонту й т.д.

2. Методика розрахунку структурної надійності систем

Розрахунки показників безвідмовності ТС звичайно проводяться в припущенні, що як вся система, так і будь-який її елемент можуть перебувати тільки в одному із двох можливих станів - працездатному і непрацездатному та відмови елементів незалежні друг від друга. Стан системи (працездатний або непрацездатний) визначається станом елементів та їхнім з'єднанням. Тому теоретично можливо розрахунок безвідмовності будь-якої ТС звести до перебору всіх можливих комбінацій станів елементів, визначенню ймовірності кожного з них і додаванню ймовірностей працездатних станів системи.

Такий метод (*метод прямого перебору*) практично універсальний і може використатися при розрахунку будь-яких ТС. Однак при великій кількості елементів системи n такий шлях стає нереальним через великий об'єм обчислень (наприклад, при n=10 число можливих станів системи становить, $2^n = 1024$, при n=20 перевищує 10^6, при n=30 - більше 10^9). Тому на практиці використають більше ефективні та економічні методи розрахунку, не пов'язані з великим об'ємом обчислень. Можливість застосування таких методів пов'язана зі структурою ТС.

Системи з послідовним з'єднанням елементів

Системою з *послідовним з'єднанням елементів* називається система, у якій відмова будь-якого елемента приводить до відмови всієї системи. Таке з'єднання елементів у техніці зустрічається найбільш часто, тому його називають *основним з'єднанням*.

У системі з послідовним з'єднанням для безвідмовної роботи в період деякого наробітку t необхідно і достатньо, щоб кожний з її n елементів працював безвідмовно в період цього наробітку. Вважаючи відмови елементів незалежними, імовірність одночасної безвідмовної роботи n елементів визначається по теоремі множення ймовірностей: імовірність спільної появи незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)\ldots p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i(t)) \qquad (2.1)$$

(далі аргумент t у дужках , що показує залежність показників надійності від часу, опускаємо для скорочення записів формул). Відповідно, імовірність відмови такий ТС

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i). \qquad (2.2)$$

Якщо система складається з рівнонадійних елементів ($p_i = p$), то

$$P = p_i^n, \quad Q = 1 - (1 - q)^n. \qquad (2.3)$$

З формул (2.1) - (2.3) очевидно, що навіть при високій надійності елементів надійність системи при послідовному з'єднанні виявляється тим більше низькою, чим більше число елементів (наприклад, при $p = 0.95$ й $n = 10$ маємо $P = 0.60$, при $n = 15$ $P = 0.46$, а при $n = 20$ $P = 0.36$). Крім того, оскільки всі співмножники в правій частині вираження (1) не перевищують одиниці, імовірність безвідмовної роботи ТС при послідовному з'єднанні не може бути вище ймовірності безвідмовної роботи самого ненадійного з її елементів (принцип "гірше гіршого") і з малонадійних елементів не можна створити високонадійної ТС із послідовним з'єднанням.

Якщо всі елементи системи працюють у періоді нормальної експлуатації і має місце найпростіший потік відмов, наробіток елементів і системи підкоряється експонентному розподілу та на підставі (1) можна записати

$$P = \prod_{i=1}^{n} \exp(-\lambda_i t) = \exp\left[-(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i)t\right] = \exp(-\Lambda t), \qquad (2.4)$$

де

$$\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = const \qquad (2.5)$$

є інтенсивність відмов системи. Таким чином, інтенсивність відмов системи при послідовному з'єднанні елементів і найпростішому потоці відмов дорівнює сумі інтенсивностей відмов елементів.

З (2.4) - (2.5) виходить, що для системи з n рівнонадійних елементів ($\lambda_i = \lambda$)

$$\Lambda = n\lambda, \qquad T_0 = \frac{T_{0i}}{n}, \qquad (2.6)$$

таким чином інтенсивність відмов в n раз більше, а середній наробіток в n раз менше, ніж в окремого елемента.

Системи з паралельним з'єднанням елементів

Системою з *паралельним з'єднанням елементів* називається система, відмова якої відбувається тільки у випадку відмови всіх її елементів. Такі схеми надійності характерні для ТС, у яких елементи дублюються або резервуються, тобто паралельне з'єднання використається як метод підвищення надійності. Однак такі системи зустрічаються і самостійно (наприклад, системи двигунів чотиримоторного літака або паралельне включення діодів у потужних випрямлячах).

Для відмови системи з паралельним з'єднанням елементів протягом наробітку t необхідно й достатньо, щоб всі її елементи відмовили протягом цього наробітку. Так що відмова системи полягає в спільній відмові всіх елементів, імовірність чого (при допущенні незалежності відмов) може бути знайдена по теоремі множення ймовірностей як добуток імовірностей відмови елементів:

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (2.7)$$

Відповідно, імовірність безвідмовної роботи

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (2.8)$$

Для систем з рівнонадійних елементів ($p_i = p$)

$$Q = q^n, \quad P = 1 - (1 - p)^n, \qquad (2.9)$$

таким чином надійність системи з паралельним з'єднанням підвищується при збільшенні числа елементів (наприклад, при $p = 0.9$ й $n = 2$ $P = 0.99$, а при $n = 3$ $P = 0.999$).

Оскільки $q_i < 1$, добуток у правій частині (2.7) завжди менше кожного зі співмножників, тобто ймовірність відмови системи не може бути вище ймовірності самого надійного її елемента ("краще кращого") і навіть із порівняно ненадійних елементів можлива побудова цілком надійної системи.

При експонентному розподілі наробітку вираження (2.9) приймає вид

$$P = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n, \tag{2.10}$$

після інтегрування й перетворень середній наробіток системи визначається

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = T_{0i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}, \tag{2.11}$$

де $T_{0i} = 1/\lambda_i$ - середній наробіток елемента. При великих значеннях n справедлива наближена формула

$$T_0 = T_{0i}(\ln n + \frac{1}{2n} + 0.577). \tag{2.12}$$

Таким чином, середній наробіток системи з паралельним з'єднанням більше середнього наробітку її елементів (наприклад, при $n = 2$ $T_0 = 1.5T_{0i}$, при $n = 3$ $T_0 = 1.83T_{0i}$).

Системи типу "m з n"

Систему типу "m з n" можна розглядати як варіант системи з паралельним з'єднанням елементів, відмова якої відбудеться, якщо з n елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менш m елементів (m < n).

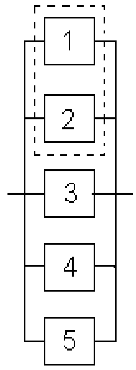


Рис. 2.1. Система „2 із 5”

На рис. 2.1 представлена система “2 з 5”, що працездатна, якщо з п'яти її елементів працюють будь-які два, три, чотири або всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів 1 і 2 зроблено умовно, у дійсності всі п'ять елементів рівнозначні). Системи типу “m з n” найбільше часто зустрічаються в електричній системі, технологічних лініях, а також при структурному резервуванні.

Для розрахунку надійності систем типу “m з n“ при порівняно невеликій кількості елементів можна скористатися *методом прямого перебору*. Він полягає у визначенні працездатності кожного з можливих станів системи, які визначаються різними сполученнями працездатних і непрацездатних станів елементів.

Всі стани системи “2 з 5“ занесені в табл. 2.1. (у таблиці працездатні стани елементів і системи відзначені знайомий “+“, непрацездатні - знаком “-“). Для даної системи працездатність визначається лише кількістю працездатних елементів. По теоремі множення ймовірностей імовірність будь-якого стану визначається як добуток імовірностей станів, у яких перебувають елементи . Наприклад, у рядку 9 описаний стан системи, у якій відмовили елементи 2 й 5, а інші працездатні. При цьому умова “2 з 5“ виконується, так що система в цілому працездатна. Імовірність такого стану

$$P_9 = p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 = p^3 q^2$$

(передбачається, що всі елементи рівнонадійні). З обліком всіх можливих станів імовірність безвідмовної роботи системи може бути знайдена по теоремі додавання ймовірностей всіх працездатних з'єднань. Оскільки в табл. 1 кількість непрацездатних станів менше, ніж працездатних (відповідно 6 й 26), простіше обчислити ймовірність відмови системи. Для цього підсумовуються ймовірності непрацездатних станів (де не виконується умова " 2 з 5 ")

$$\begin{aligned} Q &= P_{32} + P_{27} + P_{28} + P_{29} + P_{30} + P_{31} = q^5 + 5pq^4 = \\ &= (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P = 1 - q = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \tag{2.14}$$

Розрахунок надійності системи "m з n" може виконуватися *комбінаторним методом*, в основі якого лежить формула біноміального розподілу. Біноміальному розподілу підкоряється дискретна випадкова величина k - число появ деякої події в серії з n опитів, якщо в окремому опиті ймовірність появи події становить p. При цьому ймовірність появи події рівно k раз визначається

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \tag{2.15}$$

де C_n^k - біноміальний коефіцієнт, називаний "числом сполучень по k з n" (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію "k з n"):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \tag{2.16}$$

Оскільки для відмови системи "m з n" досить, щоб кількість справних елементів бути менше m, імовірність відмови може бути знайдена по теоремі додавання ймовірностей для *k = 0, 1, ... (m-1)*:

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \tag{2.17}$$

Аналогічним образом можна знайти ймовірність безвідмовної роботи як суму (2.15) для *k=m, m+1, ... , n*:

$$P = \sum_{k=m}^{n} P_k = \sum_{k=m}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \tag{2.18}$$

Таблиця 2.1

Таблиця станів системи “2 з 5”

N стану	Стан елементів					Стан системи	Імовірність стану системи
	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	+	p^5
2	+	+	+	+	-	+	$p^4q^1 = p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+	+	
4	+	+	-	+	+	+	
5	+	-	+	+	+	+	
6	-	+	+	+	+	+	
7	+	+	+	-	-	+	$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-	+	
9	+	-	+	+	-	+	
10	-	+	+	+	-	+	
11	+	+	-	-	+	+	
12	+	-	+	-	+	+	
13	-	+	+	-	+	+	
14	+	-	-	+	+	+	
15	-	+	-	+	+	+	
16	-	-	+	+	+	+	
17	+	+	-	-	-	+	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
18	+	-	+	-	-	+	
19	-	+	+	-	-	+	
20	+	-	-	-	+	+	
21	-	+	-	-	+	+	
22	-	-	-	+	+	+	
23	+	-	-	+	-	+	
24	-	+	-	+	-	+	
25	-	-	+	-	+	+	
26	-	-	+	+	-	+	
27	+	-	-	-	-	-	$p^1q^4 = p^1(1-p)^4$
28	-	+	-	-	-	-	
29	-	-	+	-	-	-	
30	-	-	-	+	-	-	
31	-	-	-	-	+	-	
32	-	-	-	-	-	-	$q^5 = (1-p)^5$

Очевидно, що $Q+P=1$, тому в розрахунках варто вибирати ту з формул (2.17), (2.18), що у даному конкретному випадку містить менше число доданків.

Для системи “2 з 5“ (рис. 2.1) по формулі (2.18) одержимо:

$$P = C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + C_5^5 p^5 = 10p^2(1-p)^3 + \\ + 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5 = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \quad (2.19)$$

Імовірність відмови тієї ж системи по (17):

$$Q = C_5^0 (1-p)^5 + C_5^1 p(1-p)^4 = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = \\ = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5, \quad (2.20)$$

що, як видно, дає той же результат для ймовірності безвідмовної роботи.

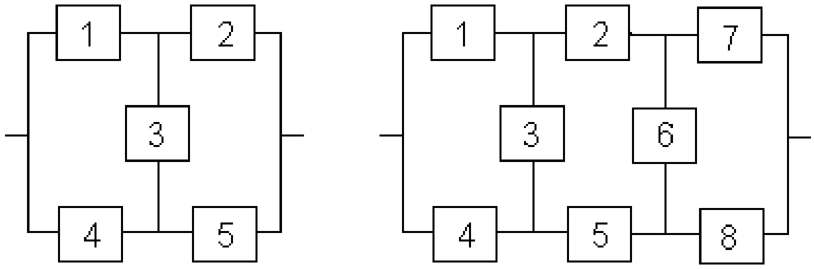
У табл. 2 наведені формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу “m з n“ при m<=n<=5. Очевидно, при $m=1$ система перетворюється у звичайну систему з паралельним з'єднанням елементів, а при $m = n$ - з послідовним з'єднанням.

Таблиця 2.2

	Загальне число елементів , n				
m	1	2	3	4	5
1	p	$2p-p^2$	$3p-3p^2+p^3$	$4p-6p^2+4p^3-p^4$	$5p-10p^2+10p^3-5p^4+p^5$
2	-	p^2	$3p^2-2p^3$	$6p^2-8p^3+3p^4$	$10p^2-20p^3+15p^4-4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3-3p^4$	$10p^3-15p^4+6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4-4p^5$
5	-	-	-	-	p^5

Місткові схеми

Місткова структура (рис. 2.2, а, б) не зводиться до паралельного або послідовного типу з'єднання елементів, а являє собою паралельне з'єднання послідовних ланцюжків елементів з *діагональними* елементами, включеними між вузлами різних паралельних ланцюгів (елемент 3 на рис. 2.2, а, елементи 3 й 6 на рис. 2.2, б). Працездатність такої системи визначається не тільки кількістю елементів, що відмовили, але і їхнім положенням у структурній схемі. Наприклад, працездатність ТС, схема якої наведена на рис. 2, а, буде втрачена при одночасній відмові елементів 1 й 2, або 4 й 5, або 2, 3 й 4 і т.д.. У той же час відмова елементів 1 й 5, або 2 й 4, або 1, 3 й 4, або 2, 3 й 5 до відмови системи не приводить.



а) б)

Рис. 2.2. Місткові системи

Таблиця 2.3

Таблиця станів місткової системи

N стан.	Стан елементів					Стан системи	Імовірність стану	
	1	2	3	4	5		у загальному випадку	при рівнонадійних елементах
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	+	+	+	+	+	+	$p_1p_2p_3p_4p_5$	p^5
2	+	+	+	+	-	+	$p_1p_2p_3p_4q_5$	$p^4q = p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+	+	$p_1p_2p_3q_4p_5$	
4	+	+	-	+	+	+	$p_1p_2q_3p_4p_5$	
5	+	-	+	+	+	+	$p_1q_2p_3p_4p_5$	
6	-	+	+	+	+	+	$q_1p_2p_3p_4p_5$	
7	+	+	+	-	-	-	$p_1p_2p_3q_4q_5$	$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-	+	$p_1p_2q_3p_4q_5$	
9	+	-	+	+	-	+	$p_1q_2p_3p_4q_5$	
10	-	+	+	+	-	+	$q_1p_2p_3p_4q_5$	
11	+	+	-	-	+	+	$p_1p_2q_3q_4p_5$	
12	+	-	+	-	+	+	$p_1q_2p_3q_4p_5$	
13	-	+	+	-	+	+	$q_1p_2p_3q_4p_5$	
14	+	-	-	+	+	+	$p_1q_2q_3p_4p_5$	
15	-	+	-	+	+	+	$q_1p_2q_3p_4p_5$	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	-	-	+	+	+	-	$q_1q_2p_3p_4p_5$	
17	+	+	-	-	-	-	$p_1p_2q_3q_4q_5$	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
18	+	-	+	-	-	-	$p_1q_2p_3q_4q_5$	
19	-	+	+	-	-	-	$q_1p_2p_3q_4q_5$	
20	+	-	-	-	+	-	$p_1q_2q_3q_4p_5$	
21	-	+	-	-	+	+	$q_1p_2q_3q_4p_5$	
22	-	-	-	+	+	-	$q_1q_2q_3p_4p_5$	
23	+	-	-	+	-	+	$p_1q_2q_3p_4p_5$	
24	-	+	-	+	-	-	$q_1p_2q_3p_4q_5$	
25	-	-	+	-	+	-	$q_1q_2p_3q_4p_5$	
26	-	-	+	+	-	-	$q_1q_2p_3p_4q_5$	
27	+	-	-	-	-	-	$p_1q_2q_3q_4q_5$	$p\ q^4 = p\ (1-p)^4$
28	-	+	-	-	-	-	$q_1p_2q_3q_4q_5$	
29	-	-	+	-	-	-	$q_1q_2p_3q_4q_5$	
30	-	-	-	+	-	-	$q_1q_2q_3p_4q_5$	
31	-	-	-	-	+	-	$q_1q_2q_3q_4p_5$	
32	-	-	-	-	-	-	$q_1q_2q_3q_4q_5$	$q^5 = (1-p)^5$

Для розрахунку надійності місткових систем можна скористатися *методом прямого перебору*, як це було зроблено для систем “m з n“, але при аналізі працездатності кожного стану системи необхідно враховувати не тільки число елементів, що відмовили, але і їхнє положення в схемі (табл. 2.3). Імовірність безвідмовної роботи системи визначається як сума ймовірностей всіх працездатних станів:

$$\begin{aligned} P = {} & p_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2p_3q_4p_5 + p_1p_2q_3p_4p_5 + \\ & + p_1q_2p_3p_4p_5 + q_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 + p_1q_2p_3p_4q_5 + \\ & + q_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2q_3q_4p_5 + p_1q_2p_3q_4p_5 + q_1p_2p_3q_4p_5 + \\ & + p_1q_2q_3p_4p_5 + q_1p_2q_3p_4p_5 + q_1q_2q_3p_4p_5 + p_1q_2q_3p_4q_5. \end{aligned} \quad (2.21)$$

У випадку рівнонадійних елементів

$$P = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3 = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2. \quad (2.22)$$

Метод прямого перебору ефективний тільки при малій кількості елементів n, про що говорилося на початку, оскільки число станів системи становить 2^n. Наприклад, для схеми на рис. 2,б їхня кількість складе вже 256. Деяке спрощення досягається, якщо в таблицю станів включати тільки сполучення, що відповідають працездатному (або тільки непрацездатному) стану системи в цілому.

Для аналізу надійності ТС, структурні схеми яких не зводяться до паралельного або послідовного типу, можна скористатися також *методом логічних схем із застосуванням алгебри логіки* (булевої алгебри). Застосування цього методу зводиться до складання для ТС формули алгебри логіки, що визначає умову працездатності системи. При цьому для кожного елемента й системи в цілому розглядаються дві протилежних події - відмова та збереження працездатності.

Для складання логічної схеми можна скористатися двома методами - мінімальних шляхів і мінімальних перетинів.

Розглянемо *метод мінімальних шляхів* для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи на прикладі місткової схеми (рис. 2.2,а).

Мінімальним шляхом називається послідовний набір працездатних елементів системи, що забезпечує її працездатність, а відмова кожного з них приводить до її відмови.

Мінімальних шляхів у системі може бути один або декілько. Очевидно, система з послідовним з'єднанням елементів має тільки один мінімальний шлях, що включає всі елементи. У системі з паралельним з'єднанням число мінімальних шляхів збігається із числом елементів і кожен шлях включає один з них.

Для місткової системи з п'яти елементів (рис. 2.2,а) мінімальних шляхів чотири: (елементи 1 й 4), (2 й 5), (1, 3 й 5), (2, 3 й 5). Логічна схема такої системи (рис. 2.3) складається таким чином, щоб всі елементи кожного мінімального шляху були з'єднані один з одним послідовно, а всі мінімальні шляхи паралельно.

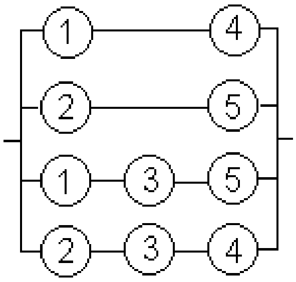


Рис. 2.3. Логічна схема місткової системи по методу мінімальних шляхів

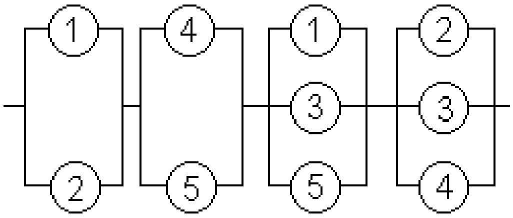


Рис. 2.4. Логічна схема місткової системи по методу мінімальних перетинів

Потім для логічної схеми складається функція алгебри логіки А, за загальними правилами розрахунку ймовірності безвідмовної роботи , але замість символів імовірностей безвідмовної роботи елементів p_i і системи P використаються символи події (збереження працездатності елемента a_i і системи А). Так, "відмова" логічної схеми рис. 2.3 складається в одночасній відмові всіх чотирьох паралельних ланцюгів, а "безвідмовна робота" кожного ланцюга - в одночасній безвідмовній роботі її елементів. Послідовне з'єднання елементів логічної схеми відповідає логічному множенню ("І"), паралельне - логічному додаванню ("АБО"). Отже, схема рис. 2.3 відповідає твердженню: система працездатна, якщо працездатні елементи 1 й 4, або 2 й 5, або 1,3 й 5, або 2,3 й 4. Функція алгебри логіки запишеться:

$$A = 1 - (1 - a_1 a_4)(1 - a_2 a_5)(1 - a_1 a_3 a_5)(1 - a_2 a_3 a_4). \tag{2.23}$$

У вираженні (2.23) змінні a розглядаються як булеві, тобто можуть прийматися тільки два значення: 0 або 1. Тоді при возведенні в будь-який ступінь k будь-яка змінна a зберігає своє значення: $a_i^k = a_i$. На основі цієї властивості функція алгебри логіки (2.23) може бути перетворена до виду

$$\begin{gathered} A = a_1 a_4 + a_2 a_5 + a_1 a_3 a_5 + a_2 a_3 a_4 - a_1 a_2 a_3 a_4 - \\ - a_1 a_2 a_3 a_5 - 2 a_1 a_2 a_4 a_5 - a_2 a_3 a_4 a_5 + 2 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5. \end{gathered} \tag{2.24}$$

Замінивши у виражені (24) символи подій a_i їхніми ймовірностями p_i, одержимо рівняння для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи

$$\begin{aligned} P = p_1p_4 + p_2p_5 + p_1p_3p_5 + p_2p_3p_4 - p_1p_2p_3p_4 - \\ - p_1p_2p_3p_5 - 2p_1p_2p_4p_5 - p_2p_3p_4p_5 + 2p_1p_2p_3p_4p_5. \end{aligned} \qquad (2.25)$$

Для системи рівнонадійних елементів ($p_i = p$) вираження (2.25) легко перетвориться у формулу (22).

Метод мінімальних шляхів дає точне значення тільки для порівняно простих систем з невеликим числом елементів. Для більше складних систем результат розрахунку є нижньою границею ймовірності безвідмовної роботи.

Для розрахунку верхньої границі ймовірності безвідмовної роботи системи служить *метод мінімальних перетинів*.

Мінімальним перетином називається набір непрацездатних елементів, відмова яких приводить до відмови системи, а відновлення працездатності кожного з них - до відновлення працездатності системи. Як і мінімальних шляхів, мінімальних перетинів може бути кілька. Очевидно, система з паралельним з'єднанням елементів має тільки один мінімальний перетин, що включає всі її елементи (відновлення кожного відновить працездатність системи). У системі з послідовним з'єднанням елементів число мінімальних шляхів збігається із числом елементів, і кожен перетин включає один з них **.**

У містковій системі (рис. 2.2, а) мінімальних перетинів чотири (елементи 1 й 2), (4 й 5), (1, 3 й 5) , (2, 3 й 4). Логічна схема системи (рис. 2.4) складається таким чином, щоб всі елементи кожного мінімального перетину були з'єднані один з одним паралельно, а всі ммінімальні перетини - послідовно. Аналогічно методу мінімальних шляхів, складається функція алгебри логіки. "Безвідмовна робота" логічної системи рис. 4 полягає в "безвідмовній роботі" всіх послідовних ділянок, а "відмова" кожного з них - в одночасному "відмові" всіх паралельно включених елементів. Як видно, оскільки схема методу мінімальних перетинів формулює умови відмови системи, у ній послідовне з'єднання відповідає логічному "АБО", а паралельне - логічному "І". Схема рис. 2.4 відповідає формулюванню: система відмовить, якщо відмовлять елементи 1 й 2, або 4 й 5, або 1, 3 й 5, або 2, 3 й 4. Функція алгебри логіки запишеться

$$
\begin{gathered}
A=\left[1-(1-a_1)(1-a_2)\right]\left[1-(1-a_4)(1-a_5)\right]* \\
\left[1-(1-a_1)(1-a_3)(1-a_5)\right]\left[1-(1-a_2)(1-a_3)(1-a_4)\right].
\end{gathered}
\tag{2.26}
$$

Після перетворень із використанням властивостей булевих змінних (2.26) здобуває форму (2.24), після заміни подій їхніми ймовірностями переходить у вираження (2.25).

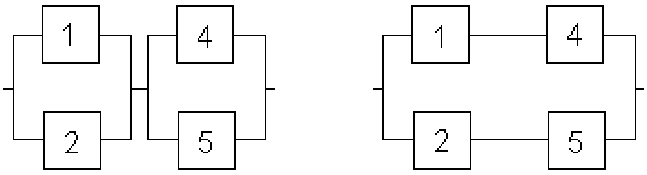
Таким чином, для місткової системи з п'яти елементів верхня й нижня границі ймовірності безвідмовної роботи, отримані методами мінімальних перетинів і мінімальних шляхів, збіглися з точними значеннями (2.22), отриманими методом прямого перебору. Для складних систем це може не відбутися, тому методи мінімальних шляхів і мінімальних перетинів варто застосовувати спільно.

У ряді випадків аналізу надійності ТС вдається скористатися *методом розкладання щодо особливого елемента*, заснованими на відомій у математичній логіці теоремі про розкладання функції логіки по будь-якому аргументі. Відповідно до неї, можна записати:

$$
P=p_i P(p_i=1)+q_i P(p_i=0), \tag{2.27}
$$

де p_i й $q_i=1-p_i$ - імовірності безвідмовної роботи й відмови i - го елемента, $P(p_i=1)$ і $P(p_i=0)$ -імовірності працездатного стану системи за умови, що і - й елемент абсолютно надійний і що i - й елемент відмовив.

Для місткової схеми (рис. 2.2, а) як особливий елемент доцільно вибрати діагональний елемент 3 При $p_3=1$ місткова схема перетворюється в паралельно - послідовне з'єднання (рис. 2.5, а), а при $p_3=0$ - у послідовно - паралельне (рис. 2.5, б).



а) б)

Рис. 2.5. Перетворення місткової схеми при абсолютно надійному (а) та такому, що відмовив (б) центральному елементі.

Для перетворених схем можна записати:

$$P(p_3 = 1) = \left[1-(1-p_3)(1-p_2)\right]\cdot\left[1-(1-p_4)(1-p_5)\right], \tag{2.28}$$

$$P(p_3 = 0) = 1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5). \tag{2.29}$$

Тоді на підставі формули (27) одержимо:

$$\begin{aligned} P = {} & p_3\left[1-(1-p_1)(1-p_2)\right]\cdot\left[1-(1-p_4)(1-p_5)\right] + \\ & + (1-p_3)\left[1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5)\right]. \end{aligned} \tag{2.30}$$

Легко переконатися, що для рівнонадійних елементів формула (2.30) перетворюється в (2.22).

Цим методом можна скористатися і при розкладанні щодо декількох “особливих” елементів. Наприклад, для двох елементів (*i, j*) вираження (2.27) прийме вид:

$$\begin{aligned} P = {} & p_ip_jP(p_i = 1, p_j = 1) + p_iq_j\ P(p_i = 1, p_j = 0) + \\ & + q_ip_jP(p_i = 0, p_j = 1) + q_iq_jP(p_i = 0, p_j = 0). \end{aligned} \tag{2.31}$$

Імовірність безвідмовної роботи місткової схеми (рис. 2.2, б) при розкладанні щодо діагональних елементів 3 й 6 по (2.31) визначиться:

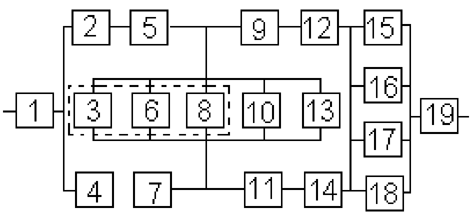
$$\begin{aligned} P = {} & p_3p_6P(p_3 = 1, p_6 = 1) + p_3q_6\ P(p_3 = 1, p_6 = 0) + \\ & + q_3p_6P(p_3 = 0, p_6 = 1) + q_3q_6P(p_3 = 0, p_6 = 0). \end{aligned} \tag{2.32}$$

Імовірності $P(p_3p_6)$ легко ставити, виконавши попередньо перетворені схеми, подібно рис. 2.5, а, б.

Комбіновані системи

Більшість реальних ТС має складну *комбіновану структуру*, частину елементів якої утворюють послідовне з'єднання, інша частина - паралельне, окремі елементи або ділянки структури утворюють місткові схеми або типу “m з n”.

Метод прямого перебору для таких систем виявляється практично не реалізуємий Більш доцільно в цих випадках попередньо зробити декомпозицію системи, розбивши її на прості підсистеми - групи елементів, методика розрахунку надійності яких відома. Потім ці підсистеми в структурній схемі надійності заміняються квазіелементами з імовірностями безвідмовної роботи, рівними обчисленим імовірностям безвідмовної роботи цих підсистем. При необхідності таку процедуру можна виконати кілька разів, доти, поки квазіелементи що залишилися не утворять структуру, методика розрахунку надійності якої також відома.



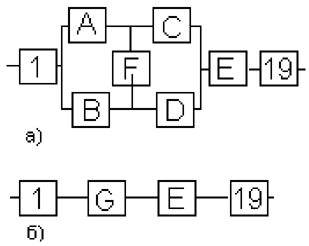


Рис. 2.6 Вихідна система Рис. 2.7. Перетворена система

Як приклад розглянемо комбіновану систему, представлену на рис. 2.6. Тут елементи 2 й 5, 4 й 7, 9 й 12, 11 й 14 попарно утворять один з одним послідовні з'єднання. Замінимо їх відповідно квазіелементами A, B, C, D, для яких розрахунок надійності елементарно виконується по формулах наведений вище. Елементи 15, 16, 17 й 18 утворюють паралельне з'єднання, а елементи 3, 6, 8, 10 й 13 - систему “3 з 5”. Відповідні квазіелементи позначимо Е та F. У результаті перетворена схема прийме вид, показаний на рис. 2.7, а. У ній у свою чергу елементи A, B, C, D, F утворюють місткову схему, що заміняємо квазіелементом G. Схема, отримана після таких перетворень (рис. 2.7,б), утворить послідовне з'єднання елементів 1, G, E, 19, для яких справедливі співвідношення наведені вище. Відзначимо, що метод прямого перебору для вихідної системи вимогав би розглянути $2^{19} = 524288$ можливих станів.

3.Підвищення надійності технологічних систем

Методи підвищення надійності

Насамперед визначимося з поняттям технологічна система. Технологічна система (ТС) – це сукупність технічних систем, навколишнього виробничого середовища, та предметів виробництва, які пов’язані між собою технологічними функціями, та виконують спільну задачу (Наприклад: технологічна лінія по переробці с.-г. продукції., станція технічного обслуговування, і т.п.).

Розрахункові залежності для визначення основних характеристик надійності ТС показують, що надійність системи залежить від її структури (структурно - логічної схеми) і надійності елементів. Тому для складних систем можливі два шляхи підвищення надійності: підвищення надійності елементів і зміна структурної схеми.

Підвищення надійності елементів на перший погляд представляється найбільш простим прийомом підвищення надійності системи. Дійсно, теоретично завжди можна вказати такі характеристики надійності елементів, щоб імовірність безвідмовної роботи системи задовольняла заданим вимогам. Однак практична реалізація такої високої надійності елементів може виявитися неможливою. Розгляд методів забезпечення надійності елементів ТС є предметом спеціальних технологічних і фізико-хімічних дисциплін і виходить за рамки теорії надійності. Однак, у кожному разі, високонадійні елементи, як правило, мають більші габарити, масу й вартість. Виключення становить використання більше прогресивної елементної бази, реалізованої на нових фізичних і технологічних принципах (наприклад, у обчислювальній техніці - перехід від дискретних елементів на інтегральні схеми).

Зміна структури системи з метою підвищення надійності має на увазі два аспекти.

З одного боку, це означає перебудову конструктивної або функціональної схеми ТС (структури зв'язків між складеними елементами), зміна принципів функціонування окремих частин системи (наприклад, перехід від аналогової обробки сигналів до цифрової). Такого роду перетворення ТС можливі винятково рідко, так що цей прийом, загалом, не вирішує проблеми надійності.

З іншого боку, зміна структури розуміється як введення в ТС додаткових, надлишкових елементів, що включаються в роботу при відмові основних. Застосування додаткових засобів і можливостей з метою збереження працездатного стану об'єкта при відмові одного або декількох його елементів називається *резервуванням*.

Принцип резервування подібний розглянутому раніше паралельному з'єднанню елементів і з'єднанню типу “n з m”, де за рахунок надмірності можливе забезпечення більше високої надійності системи, чим її елементів.

Виділяють кілька видів резервування (структурне, часове, інформаційне, функціональне й ін.). Для аналізу структурної надійності ТС інтерес представляє *структурне резервування* - введення в структуру об'єкта додаткових елементів, що виконують функції основних елементів у випадку їхньої відмови.

Класифікація різних способів структурного резервування здійснюється по наступних ознаках:

1) за схемою включення резерву:

- загальне резервування, при якому резервується об'єкт у цілому;
- роздільне резервування, при якому резервуються окремі елементи або їхні групи;
- змішане резервування, при якому різні види резервування з’єднуються в одному об'єкті;

2) по способу включення резерву:

- постійне резервування, без перебудови структури об'єкта при виникненні відмови його елемента;
- динамічне резервування, при якому при відмові елемента відбувається перебудова структури схеми. У свою чергу підрозділяється на:

а) резервування заміщенням, при якому функції основного елемента передаються резервному тільки після відмови основного;

б) ковзне резервування, при якому кілька основних елементів резервується одним або декількома резервними, кожен з яких може замінити будь-який основний (тобто групи основних і резервних елементів ідентичні).

3) по стані резерву:

- навантажене резервування, при якому резервні елементи (або один з них) перебувають у режимі основного елемента;

- полегшене резервування, при якому резервні елементи (принаймні один з них) перебувають у менш навантаженому режимі в порівнянні з основними;

- ненавантажене резервування, при якому резервні елементи до початку виконання ними функцій перебувають у ненавантаженому режимі.

Основною характеристикою структурного резервування є *кратність резервування* - відношення числа резервних елементів до числа основних елементів (типу 2:3; 4:2 і т.д.). Резервування одного основного елемента одним резервним (тобто із кратністю 1:1) називається *дублюванням*.

Кількісно підвищення надійності системи в результаті резервування або застосування високонадійних елементів можна оцінити за *коефіцієнтом виграшу надійності*, обумовленому як відношення показника надійності до й після перетворення системи. Наприклад, для системи з n послідовно з'єднаних елементів після резервування одного з елементів (k-го) аналогічним по надійності елементом коефіцієнт виграшу надійності по ймовірності безвідмовної роботи складе

$$G_p = \frac{P'}{P} = \frac{p_1 p_2 \cdots p_{k-1}\left[1-(1-p_k)^2\right]p_{k+1}\cdots p_n}{p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k p_{k+1}\cdots p_n} = \frac{1-(1-p_k)^2}{p_k} = 2 - p_k . \quad (3.1)$$

З формули (3.1) виходить, що ефективність резервування (або іншого прийому підвищення надійності) тим більше, чим менше надійність елементу, що резервується (при $p_k = 0.9$ $G_p = 1.1$, при $p_k = 0.5$ $G_p = 1.5$). Так, при структурному резервуванні максимального ефекту можна добитися при резервуванні самих ненадійних елементів (або груп елементів).

У загальному випадку при виборі елемента (або групи елементів) для підвищення надійності або резервування необхідно виходити з умови забезпечення при цьому максимального ефекту. Наприклад, для місткової схеми можна одержати вираження для часток похідних імовірності безвідмовної роботи системи по ймовірності безвідмовної роботи кожного з елементів, які для ідентичних по надійності елементів приймають наступний вид:

$$\frac{dp}{dp_1} = \frac{dp}{dp_2} = \frac{dp}{dp_4} = \frac{dp}{dp_5} = pq^3 + 4p^2q^2 + p^3q, \tag{3.2}$$

$$\frac{dp}{dp_1} = 2p^2q^2. \tag{3.3}$$

Очевидно, максимальне збільшення надійності системи забезпечить збільшення надійності або резервування того елемента, частинна похідна для якого за даних умов приймає максимально позитивне значення. Порівняння виражень (3.2) і (3.3) показує, що при будь-яких позитивних значеннях p й q вираження (3.2) більше вираження (3.3) і, отже, у містковій схемі з ідентичними елементами ефективність підвищення надійності або резервування “периферійних” елементів 1, 2, 4 й 5 вище, ніж діагонального елемента 3, якщо як критерій ефективності взяти ймовірність безвідмовної роботи.

Таким чином, найбільший вплив на надійність системи роблять елементи, що мають високе значення похідної $\frac{dp}{dp_i}$, а при послідовному з'єднанні - найменш надійні.

У більше складних випадках для вибору елементів, що підлягають зміні, використаються як аналітичні, так і чисельні методи оптимізації надійності.

Розрахунок надійності систем з резервуванням

Розрахунок кількісних характеристик надійності систем з резервуванням окремих елементів або груп елементів багато в чому визначається видом резервування. Нижче розглядаються схеми розрахунків для найпоширеніших випадків простого резервування, до яких шляхом перетворень може бути наведена й структура змішаного резервування. При цьому розрахункові залежності отримані без обліку надійності перемикаючих пристроїв, що забезпечують перерозподіл навантаження між основними й резервними елементами (тобто для "ідеальних" перемикачів). У реальних умовах введення перемикачів у структурну схему необхідно враховувати та у розрахунку надійності систем.

Розрахунок систем з *навантаженим резервуванням* здійснюється по формулах послідовного й паралельного з'єднання елементів аналогічно розрахунку комбінованих систем. При цьому вважається, що резервні елементи працюють у режимі основних як до, так і після їхньої відмови, тому надійність резервних елементів не залежить від моменту їхнього переходу з резервного стану в основне й дорівнює надійності основних елементів.

Для системи з послідовним з'єднанням n елементів при загальному резервуванні із кратністю l (рис. 3.1, а)

$$P_{об} = 1-(1-P)^{l+1} = 1-(1-\prod_{i=1}^{n} p_i)^{l+1}. \tag{3.4}$$

Зокрема, при дублюванні ($l=1$)

$$P_{об} = 1-(1-P)^2 = P(2-P). \tag{3.5}$$

При роздільному резервуванні (рис. 3.1,б)

$$p_{раз} = \prod_{i=1}^{n}\left[1-\left(1-p_i\right)^{l+1}\right], \tag{3.6}$$

а при роздільному дублюванні ($l=1$)

$$p_{раз} = \prod_{i=1}^{n}\left[1-\left(1-p_i\right)^2\right] = \prod_{i=1}^{n} p_i\left(2-p_i\right) = p\prod_{i=1}^{n}\left(2-p_i\right). \tag{3.7}$$

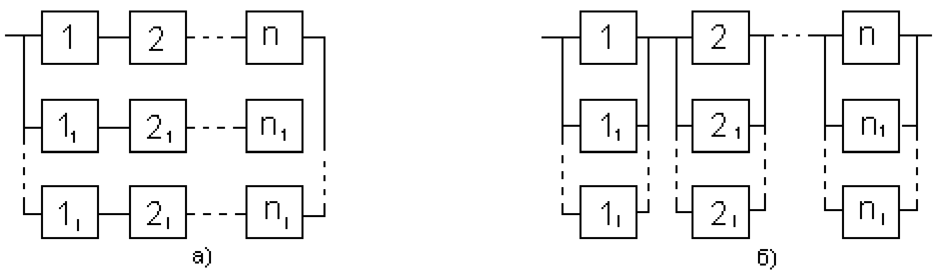


Рис. 3.1. Загальне (а) та роздільне (б) навантажене резервування

Тоді коефіцієнти виграшу надійності по ймовірності безвідмовної роботи при дублюванні

$$G_{об} = \frac{P_{об}}{P} = 2 - P, \quad G_{раз} = \frac{P_{об}}{P} = \prod_{i=1}^{n} \left(2 - p_i\right), \tag{3.8}$$

звідки виходить, що роздільне резервування ефективніше загального (наприклад, для системи із трьох однакових елементів при $p = 0.9$ $G_{об} = 1.27$, $G_{раз} = 1.33)$.

При *ненавантаженому резервуванні* резервні елементи послідовно включаються в роботу при відмові основного, потім першого резервного й т.д. (рис. 3.2), тому надійність резервних елементів залежить від моменту їхнього переходу в основний стан. Таке резервування в різних ТС зустрічається найбільше часто, тому що воно по суті аналогічно заміні елементів, що відмовили, і вузлів на запасні.

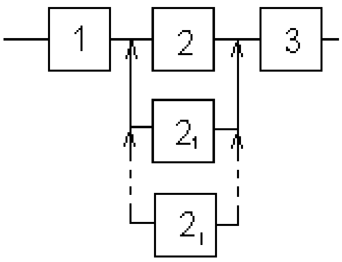


Рис. 3.2. Ненавантажене резервування

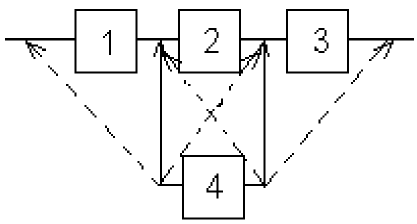


Рис. 3.3. Ковзне резервування

Якщо резервні елементи до їхнього включення абсолютно надійні, то для системи з ненавантаженим резервуванням кратності l (усього елементів $l+1$)

$$Q = \frac{1}{(l+1)!}\prod_{i=1}^{l+1} q_i; \quad P = 1 - \frac{1}{(l+1)!}\prod_{i=1}^{l+1}(1 - p_i), \tag{3.9}$$

тобто імовірність відмови в $(l+1)!$ раз менше, ніж при навантаженому (паралельному з'єднанні).

Для ідентичних по надійності основного й резервного елементів

$$P = 1 - \frac{1}{(l+1)!}(1 - p)^{l+1}. \tag{3.10}$$

При експонентному розподілі наробітку (найпростішому потоці відмов) у випадку $\lambda t << 1$ можна скористатися наближеною формулою

$$P \approx 1 - \frac{(\lambda t)^{l+1}}{(l+1)!}. \tag{3.11}$$

При ненавантаженому резервуванні середній наробіток на відмову

$$T = \sum_{i=1}^{l+1} T_{0i}, \tag{3.12}$$

а для ідентичних елементів $T_0 = nT_{0i}$.

Полегшене резервування використовується при великий інерційності перехідних процесів, що відбуваються в елементі при його переході з резервного в основний режим, і недоцільності застосування навантаженого резервування із - за недостатнього виграшу в надійності. Очевидно, полегшений резерв займає проміжне положення між навантаженим і ненавантаженим.

Точні вираження для розрахунку надійності систем при полегшеному резервуванні досить громіздкі й неоднозначні, однак при експонентному розподілі наробітку справедлива наближена формула

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{(l+1)!}\lambda(\lambda + \lambda_0)(\lambda + 2\lambda_0)\ldots\left[\lambda\, l\lambda_0\right]\cdot t^{l+1} = \\ &= \frac{t^{l+1}}{(l+1)!}\prod_{i=0}^{l}(\lambda + i\lambda_0), \end{aligned} \tag{3.13}$$

де λ_0 - інтенсивність відмов елементів у полегшеному режимі, l - кратність резервування.

Ковзне резервування використається для резервування декількох однакових елементів системи одним або декількома однаковими резервними (рис. 3, тут всі елементи ідентичні, а елемент 4 - надлишковий). Очевидно, відмова системи відбудеться, якщо із загальної кількості ідентичних елементів (основних й резервних) число елементів що відмовили перевищує число резервних. Розрахунок імовірності безвідмовної роботи систем з ковзним резервуванням аналогічний розрахунку систем типу “m з n”.

МЕТОДИКА ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Правила вибору варіантів

Студент обирає варіант виконання завдань за сумою двох останніх цифр залікової книжки.

Приклад: номер залікової книжки СМХ 024 відповідає (2+4=6) шостому варіанту.

Правила виконання

За структурною схемою надійності технологічної системи (Додаток А), відповідно до варіанта завдання, значення ймовірності безвідмовної роботи системи γ та значення інтенсивності відмов її елементів λ_i потрібно:

1. Побудувати графік зміни ймовірності безвідмовної роботи системи від часу наробітку в діапазоні зниження ймовірності до рівня 0.1 - 0.2.

2. Визначити γ - процентний наробіток технологічної системи.

3. Забезпечити збільшення γ - процентного наробітку не менш, ніж в 1.5 рази за рахунок:

а) підвищення надійності елементів;

б) структурного резервування елементів системи.

Всі елементи системи працюють у режимі нормальної експлуатації (найпростіший потік відмов). Резервування окремих елементів або груп елементів здійснюється ідентичними по надійності резервними елементами або групами елементів. Перемикачі при резервуванні вважаються ідеальними.

На схемах обведені пунктиром m елементів є функціонально необхідними з n паралельних ланцюгів.

Методичні рекомендації

Завдання на самостійну роботу містить у якості вихідних даних структурну схему надійності технологічної системи (ТС) і інтенсивність відмов її елементів. Тобто студент виявляється в ситуації, коли виконаний аналіз структурної надійності ТС, і йому слід у першу чергу - скласти розрахункові залежності для визначення показників надійності системи для різних значень наробітку *t*, щоб графічно зобразити ймовірність безвідмовної роботи *P(t)* як функцію наробітку.

Оскільки задана схема надійності є комбінованої, її варто піддати декомпозиції. Далі, вводячи відповідні квазіелементи, перетворити вихідну схему до найпростішого виду й , використовуючи відповідні формули, для ряду значень наробітку *t* у припущенні найпростішого потоку відмов формули обчислити значення ймовірностей безвідмовної роботи елементів, квазіелементів і всієї системи. У пояснювальній записці варто привести всі проміжні перетворення вихідної схеми, конкретні робочі розрахункові формули з їхнім обґрунтуванням, а результати розрахунку представити у вигляді таблиці, у якій по стовпцях змінюється значення наробітку *t*, а по рядках у стовпцях приводяться обчислені значення ймовірностей безвідмовної роботи елементів, квазіелементів і всієї системи, отримані по робочих формулах. При цьому діапазон виміру наробітку *t* повинен забезпечити зниження ймовірності безвідмовної роботи системи до рівня 0.1 - 0.2 і містити не менш 8-10 значень аргументу.

Після цього будується графік залежності *P(t)* за результатами розрахунку. І його графічно за заданим значенням $\gamma(P_\gamma)$ визначається γ - процентний наробіток системи, T_γ.

За завданням потрібно запропонувати способи збільшення γ - процентного наробітку в 1.5 рази за рахунок підвищення надійності елементів і за рахунок структурного резервування.

Попередньо варто визначити елемент або квазіелемент остаточно перетвореної схеми, підвищення надійності якого дасть максимальний ефект відносно надійності всієї системи. Оскільки аналітично визначити похідні звичайно не вдається, вибір елемента може бути здійснений по величині ймовірності безвідмовної роботи.

Для подальших дій необхідно обчислити необхідне поліпшене значення γ - процентного наробітку T'_γ елементарним множенням T_γ на 1.5. Отже, щоб задовольнити завданню відносно підвищення надійності системи, необхідно забезпечити ймовірність безвідмовної роботи $P = P_\gamma$ за час $t = T_\gamma' = T_\gamma 1.5$. Тепер варто повторити розрахунок надійності елементів, квазіелементів і всієї системи за час T'_γ і доповнити цим стовпцем попередню таблицю . Знаючи ймовірності безвідмовної роботи всіх елементів перетвореної схеми й необхідне значення P_γ, легко визначити, яку ймовірність безвідмовної роботи P' за час T'_γ повинен мати квазіелемент, обраний для модернізації.

Як перший варіант модернізації необхідно визначити інтенсивності відмов елементів, що входять у даний квазіелемент, при яких при незмінній структурі квазіелементу забезпечувалося б необхідне значення $p'(T_\gamma')$. Простіше це здійснити графоаналітичним методом, задаючи ряд пропорційно зменшених (у порівнянні з вихідної) інтенсивностей відмов для складових квазіелементу й прораховуючи щораз величину $p'(T_\gamma')$. З побудованого за цим даними графіка можна визначити необхідну кратність зниження інтенсивності відмов елементів і самі значення інтенсивності. Для знайденого рішення варто виконати перевірочний розрахунок імовірності безвідмовної роботи системи за час T'_γ.

По другому метод надіуйність обраного квазіелементу можна підвищити за рахунок резервування без зміни надійності складових елементів. При цьому потрібно вибрати, які його складові елементи і як варто резервувати для досягнення найбільшого ефекту. Далі залишається визначити необхідну кратність резервування ℓ. Оскільки ℓ є величина дискретна, аналітично неї визначити неможливо. Для рішення задачі потрібно послідовно збільшувати кратність резервування, починаючи з одиниці, визначати величину ймовірності безвідмовної роботи квазіелементу в перебігу часу T'_γ. Як тільки необхідне значення $p'(T_\gamma')$ буде забезпечено, виявиться реалізованим другий метод підвищення надійності системи. Для знайденого рішення також необхідно провести перевірку ймовірності безвідмовної роботи системи за час T'_γ . Модернізовану структуру з резервуванням варто привести в пояснювальній записці.

Для побудови залежностей імовірностей безвідмовної роботи від часу для модернізованої системи по першому й другому методу зручно доповнити раніше складену таблицю відповідними рядками. Графіки цих залежностей варто зобразити разом із кривій *P(t)* вихідної системи.

Отримане сімейство кривих дозволяє провести порівняння двох варіантів модернізації, яке варто привести як висновок до роботи.

Приклад виконання контрольної роботи наведено в додатку Б.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

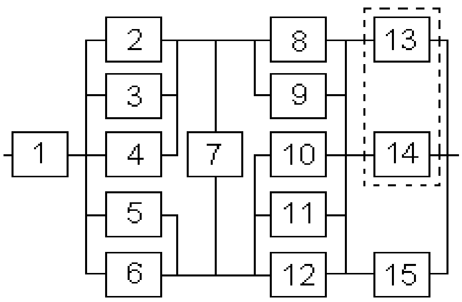
1. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
2. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание: Математический подход. – М.: Ридио и связь, 1988. – 392 с.
3. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. -М.: Энергоатомиздат, 1986 – 479с.
4. Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы расчета надежности структур сложных систем. - М.:Знание,1991 – 103с.
5. Левин В.И. Логическая теория надежности сложных систем. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 128 с.
6. Северцев Н.А. Надежность систем в эксплуатации и отработке: Уч. пособие. - М.: Высш. школа, 1989. - 432 с.
7. Модели и методы оптимизации надежности сложных систем/ В.Л. Волкович , А.Ф. Волошин , В.А. Заславский , И.А. Ушаков / Под ред. В.С. Михалевича. –К.: Наук. думка, 1992. – 312с.
8. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
9. Маханстян Е.Г., Фролов И.В. Надежность и диагностирование технологического оборудования. – М.: Наука, 1987. – 232с.

Додаток А

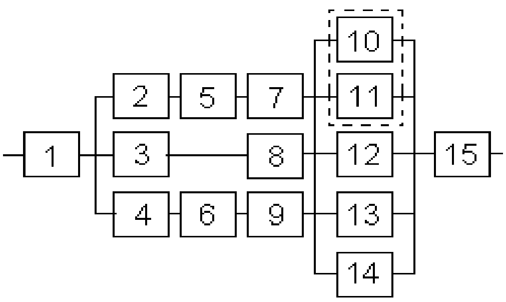
Варіанти контрольних завдань

Чисельні значення параметрів до завдання

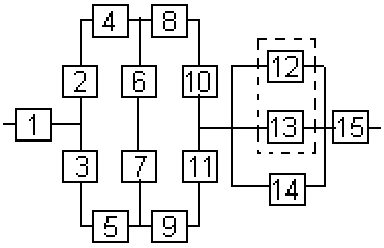
<table>
<tr><th rowspan="2">№
вар.</th><th rowspan="2">γ,
%</th><th colspan="15">Інтенсивності відмов елементів, λ_i, x10^{-6} 1/год</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th><th>15</th></tr>
<tr><td>1</td><td>90</td><td>0.1</td><td colspan="5">1.0</td><td>0.5</td><td colspan="5">1.0</td><td colspan="3">0.1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>95</td><td>0.2</td><td colspan="8">0.5</td><td colspan="5">1.0</td><td>0.1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>80</td><td>0.1</td><td colspan="4">1.0</td><td colspan="2">2.0</td><td colspan="4">1.0</td><td colspan="3">5.0</td><td>0.2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>70</td><td>0.05</td><td colspan="5">1.0</td><td colspan="4">0.5</td><td colspan="4">0.2</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>5</td><td>50</td><td>0.01</td><td colspan="2">0.05</td><td colspan="3">0.1</td><td colspan="4">0.5</td><td colspan="5">1.0</td></tr>
<tr><td>6</td><td>75</td><td>0.01</td><td colspan="2">0.05</td><td colspan="8">1.0</td><td colspan="2">0.05</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>7</td><td>65</td><td>0.05</td><td colspan="4">0.5</td><td colspan="3">0.05</td><td colspan="2">0. 005</td><td>0.1</td><td colspan="2">0.2</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>8</td><td>85</td><td>0.1</td><td colspan="3">0.5</td><td colspan="3">0.2</td><td colspan="3">0.01</td><td colspan="3">0.5</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>9</td><td>60</td><td>0.03</td><td colspan="3">0.5</td><td colspan="3">0.2</td><td colspan="3">1.0</td><td colspan="3">0.03</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>10</td><td>50</td><td>0.1</td><td colspan="4">0.5</td><td colspan="2">1.0</td><td colspan="4">0.5</td><td colspan="2">1.0</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>11</td><td>75</td><td>0.05</td><td colspan="2">0.2</td><td colspan="9">0.5</td><td colspan="2">0.2</td><td>0.1</td></tr>
<tr><td>12</td><td>65</td><td>0.02</td><td colspan="2">0.1</td><td colspan="5">1.0</td><td colspan="4">2.0</td><td colspan="2">0.1</td><td>0.05</td></tr>
<tr><td>13</td><td>70</td><td>0.01</td><td colspan="4">0.2</td><td colspan="2">0.1</td><td colspan="3">1.0</td><td colspan="3">0.5</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>14</td><td>50</td><td>0.01</td><td colspan="2">0.1</td><td colspan="4">10.0</td><td colspan="2">0.2</td><td colspan="3">10.0</td><td colspan="2">0.5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>15</td><td>85</td><td>0.01</td><td colspan="2">1.0</td><td colspan="5">5.0</td><td colspan="2">0.2</td><td colspan="3">5.0</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>16</td><td>80</td><td>0.1</td><td colspan="2">1.0</td><td>2.0</td><td colspan="2">1.0</td><td colspan="3">5.0</td><td colspan="3">3.0</td><td colspan="2">1.0</td><td>0.05</td></tr>
<tr><td>17</td><td>95</td><td>0.1</td><td colspan="2">5.0</td><td>1.0</td><td colspan="2">5.0</td><td colspan="2">10.0</td><td colspan="3">5.0</td><td colspan="3">1.0</td><td>0.2</td></tr>
<tr><td>18</td><td>60</td><td>0.01</td><td colspan="12">1.0</td><td>0.1</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">№
вар.</td><td rowspan="2">γ,
%</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
<tr><td colspan="15">Інтенсивності відмов елементів, λ_i, x10^{-6} 1/год</td></tr>
</table>



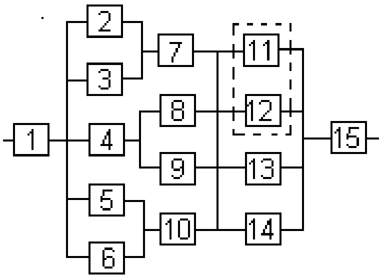
Вариант 1



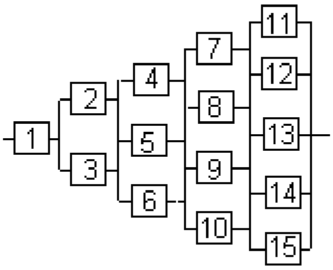
Вариант 2



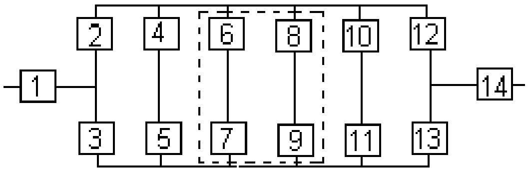
Вариант 3



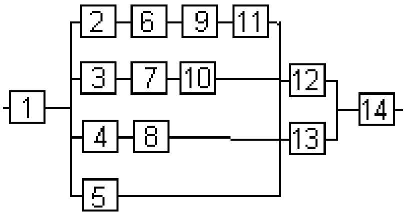
Вариант 4



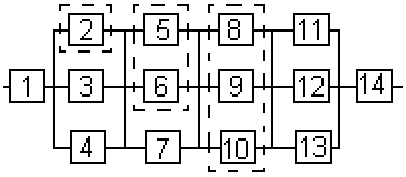
Вариант 5



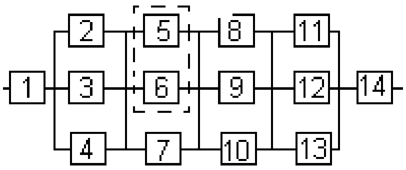
Вариант 6



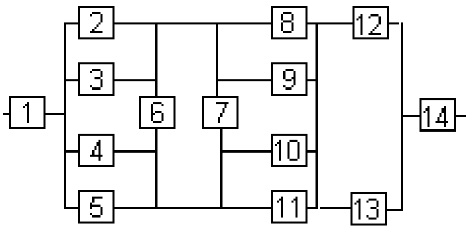
Вариант 7



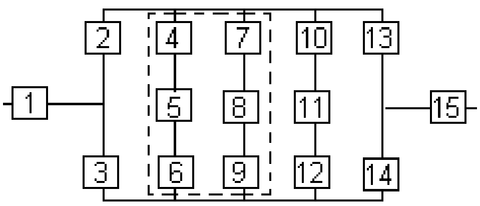
Вариант 8



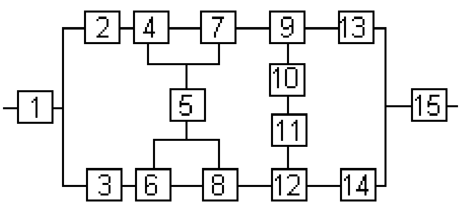
Вариант 9



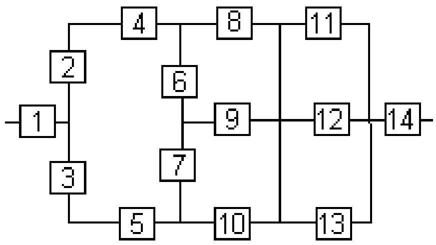
Вариант 10



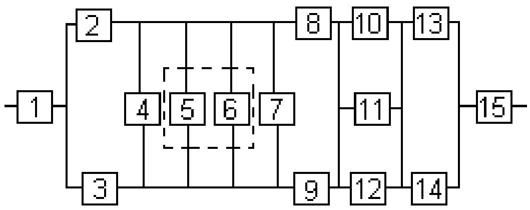
Вариант 11



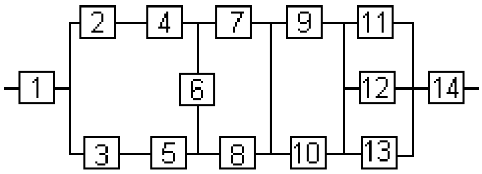
Вариант 12



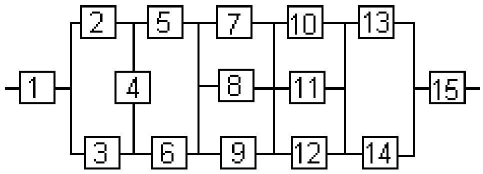
Вариант 13



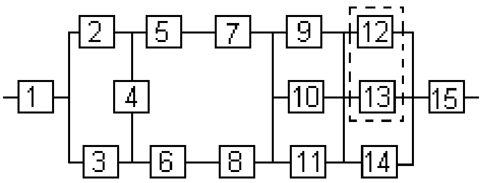
Вариант 14



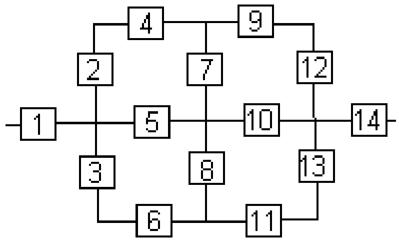
Вариант 15



Вариант 16



Вариант 17

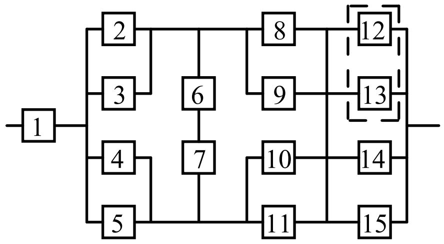


Вариант 18

Додаток Б

Завдання

Структурна схема надійності наведена на рис 1. Значення інтенсивності відмов елементів дані в 10^{-6} 1/год.



$\lambda_1 = 0.001$;
$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0.1$;
$\lambda_6 = \lambda_7 = 0.01$;
$\lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = \lambda_{11} = 0.2$;
$\lambda_{12} = \lambda_{13} = \lambda_{14} = \lambda_{15} = 0.5$;
$\gamma = 50\%$.

Рис. 1 Вихідна схема системи

1. У вихідній схемі елементи 2 й 3 утворюють паралельне з'єднання. Заміняємо їх квазіелементом А. З огляду на, що $p_2 = p_3$, одержимо

$$p_A = 1 - q_2 q_3 = 1 - q_2^2 = 1 - (1 - p_2)^2 . \qquad (1)$$

2. Елементи 4 й 5 також утворюють паралельне з'єднання, замінивши яке елементом В з огляду на, що $p_4 = p_5 = p_2$, одержимо

$$p_B = 1 - q_4 q_5 = 1 - q_2^2 = p_A . \qquad (2)$$

3. Елементи 6 й 7 у вихідній схемі з'єднані послідовно. Заміняємо їх елементом С, для якого при $p_6 = p_7$

$$p_C = p_6 p_7 = p_6^2 . \qquad (3)$$

4. Елементи 8 й 9 утворюють паралельне з'єднання. Заміняємо їхнім елементом D, для якого при $p_8 = p_9$, одержимо

$$p_D = 1 - q_8 q_9 = 1 - q_8^2 = 1 - (1 - p_8)^2 . \qquad (4)$$

5. Елементи 10 й 11 з паралельним з'єднанням заміняємо елементом Е , причому, тому що $p_{10} = p_{11} = p_8$, то

$$p_E = 1 - q_{10} q_{11} = 1 - q_{10}^2 = 1 - (1 - p_{10})^2 = p_D \qquad (5)$$

6. Елементи 12 , 13 , 14 й 15 утворюють з'єднання “2 з 4”, що заміняємо елементом F. Тому що $p_{12} = p_{13} = p_{14} = p_{15}$, то для визначення ймовірності безвідмовної роботи елемента F можна скористатися комбінаторним методом:

$$\begin{aligned} p_E &= \sum_{k=2}^{4} p_k = \sum_{k=2}^{4} C_4^k p_{12}^k (1 - p_{12})^{4-k} = \\ &= \frac{4!}{2!2!} p_{12}^2 (1 - p_{12})^2 + \frac{4!}{3!1!} p_{12}^3 (1 - p_{12}) + \frac{4!}{4!0!} p_{12}^4 = \\ &= 6 p_{12}^2 (1 - p_{12})^2 + 4 p_{12}^3 (1 - p_{12}) + p^4 = 6 p_{12}^2 - 8 p_{12}^3 + 3 p_{12}^4 . \end{aligned} \qquad (6)$$

7. Перетворена схема зображена на рис. 2.

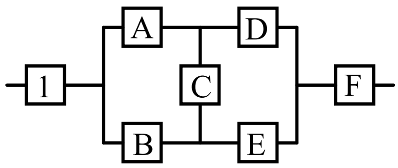


Рис.2 Перетворена схема

8. Елементи A, B, C, D й E утворюють (рис. 2) місткову систему, яку можна замінити квазіелементом G. Для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи скористаємося методом розкладання щодо особливого елемента, у якості якого виберемо елемент C. Тоді

$$p_G = p_C p_G(p_C = 1) + q_C p_C(p_C = 0), \tag{7}$$

де $p_G(p_C = 1)$ - імовірність безвідмовної роботи місткової схеми при абсолютно надійному елементі C (рис. 3, а), $p_G(p_C = 0)$ - імовірність безвідмовної роботи місткової схеми при елементі, що відмовив, C (рис. 3, б).

а б

Рис. 3. Перетворення місткової схеми при абсолютно надійному (а) і що відмовив (б) елементі C.

З огляду на, що $p_B = p_A$, одержимо

$$\begin{aligned}
&p_G = p_C\left[1-(1-p_A)(1-p_B)\right]\cdot\left[1-(1-p_D)(1-p_E)\right]+\\
&+(1+p_C)\left[1-(1-p_A p_B)(1-p_D p_E)\right]=\\
&=p_C\left[1-(1-p_A)^2\right]\cdot\left[1-(1-p_D)^2\right]+(1-p_C)\left[1-(1-p_A^2)(1-p_D^2)\right]=\\
&=p_C(2p_A-p_A^2)(2p_D-p_D^2)+(1-p_C)(p_A^2+p_D^2-p_A^2p_D^2)=\\
&=p_A p_C p_D(2-p_A)(2-p_D)+(1-p_C)(p_A^2+p_D^2-p_A^2p_D^2).
\end{aligned} \tag{8}$$

9. Після перетворень схема зображена на рис. 4.

Рис. 4. Перетворена схема

10. У перетвореній схемі (рис. 4) елементи 1, G й F утворюють послідовне з'єднання. Тоді ймовірність безвідмовної роботи всієї системи

$$P = p_1 p_G p_F. \qquad (9)$$

11. Так як за умовою всі елементи системи працюють у періоді нормальної експлуатації, то ймовірність безвідмовної роботи елементів з 1 по 15 (рис. 1) підкоряються експонентному закону:

$$p_i = \exp(-\lambda_i t). \qquad (10)$$

12. Результати розрахунків імовірностей безвідмовної роботи елементів 1 - 15 вихідної схеми по формулі (10) для наробітку до $3 \cdot 10^6$ годин представлені в таблиці 1.

13. Результати розрахунків імовірностей безвідмовної роботи квазіелементів A, B, C, D, E, F й G по формулах (1) - (6) і (8) також представлені в таблиці 1.

14. На рис. 5 представлений графік залежності ймовірності безвідмовної роботи системи P від часу (наробітку) t.

15. За графіком (рис. 5, крива P) знаходимо для $\gamma = 50\%$ $(P_\gamma = 0.5)$ γ - процентний наробіток системи $T_\gamma = 1.9 \cdot 10^6$ год.

16. Перевірочний розрахунок при $t = 1.9 \cdot 10^6$ год показує (таблиця 1), що $P_\gamma = 0.4923 \approx 0.5$.

17. За умовами завдання підвищена γ - процентний наробіток системи $T_\gamma' = 1.5 \cdot T_\gamma = 1.5 \cdot 1.9 \cdot 10^6 = 2.85 \cdot 10^6$ год.

Таблиця 1

Розрахунок імовірності безвідмовної роботи системи

Елемент	λ_i, $\times 10^{-6}$ год$^{-1}$	Наробіток t, x 10^6 год							
		0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	1,9	2,85
1	0,001	0,9995	0,9990	0,9985	0,9980	0,9975	0,9970	0,9981	0,9972
2 - 5	0,1	0,9512	0,9048	0,8607	0,8187	0,7788	0,7408	0,8270	0,7520
6,7	0,01	0,9950	0,9900	0,9851	0,9802	0,9753	0,9704	0,9812	0,9719
8 - 11	0,2	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,6839	0,5655
12 - 15	0,5	0,7788	0,6065	0,4724	0,3679	0,2865	0,2231	0,3867	0,2405
A, B	-	0,9976	0,9909	0,9806	0,9671	0,9511	0,9328	0,9701	0,9385
C	-	0,9900	0,9801	0,9704	0,9608	0,9512	0,9417	0,9628	0,9446
D, E	-	0,9909	0,9671	0,9328	0,8913	0,8452	0,7964	0,9001	0,8112
F	-	0,9639	0,8282	0,6450	0,4687	0,3245	0,2172	0,5017	0,2458
G	-	0,9924	0,9888	0,9863	0,9820	0,9732	0,9583	0,9832	0,9594
P	-	0,9561	0,8181	0,6352	0,4593	0,3150	0,2075	0,4923	0,2352
12\` - 15\`	0,322	0,8513	0,7143	0,6169	0,5252	0,4471	0,3806	0,5424	0,3994
F\`	-	0,9883	0,9270	0,8397	0,7243	0,6043	0,4910	0,7483	0,5238
P\`	-	0,9803	0,9157	0,8270	0,7098	0,5866	0,4691	0,7343	0,5011
16 - 18	0,5	0,7788	0,6065	0,4724	0,3679	0,2865	0,2231	0,3867	0,2405
F\`\`	-	0,9993	0,9828	0,9173	0,7954	0,6413	0,4858	0,8233	0,5311
P\`\`	-	0,9912	0,9708	0,9034	0,7795	0,6226	0,4641	0,8079	0,5081

P

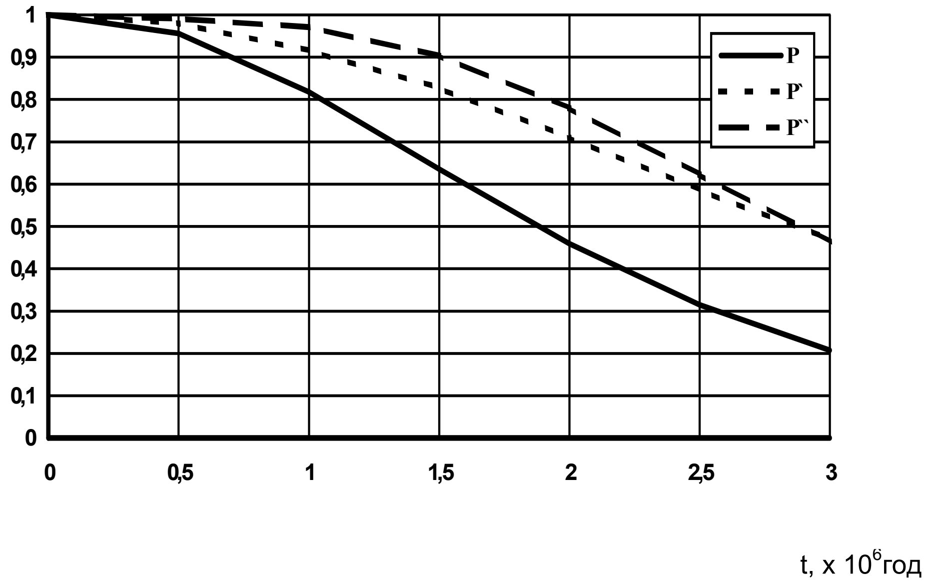


Рис 5. Зміна ймовірності безвідмовної роботи вихідної системи (P), системи з підвищеною надійністю (P') і системи зі структурним резервуванням елементів (P'').

18. Розрахунок показує (таблиця 1), що при $t = 2.85 \cdot 10^6$ год для елементів перетвореної схеми (рис. 4) $p_1 = 0.9972$, $p_G = 0.9594$ і $p_F = 0.2458$. Отже, із трьох послідовно з'єднаних елементів мінімальне значення ймовірності безвідмовної роботи має елемент F (система “2 з 4” у вихідній схемі (рис. 1)) і саме збільшення його надійності дасть максимальне збільшення надійності системи в цілому .

19. Для того, щоб при $T_\gamma' = 2.85 \cdot 10^6$ год система в цілому мала ймовірність безвідмовної роботи $P_\gamma = 0.5$, необхідно, щоб елемент F мав імовірність безвідмовної роботи (див. формулу (9))

$$p_F = \frac{p_\gamma}{p_1 p_G} = \frac{0.5}{0.9972 \cdot 0.9594} = 0.5226. \qquad (11)$$

При цьому значенні елемент F залишиться самим ненадійним у схемі (рис. 4) і міркування в п.18 залишаться вірними.

Очевидно, значення p_F, отримане по формулі (11), є мінімальним для виконання умови збільшення наробітку не менш, ніж в 1.5 рази, при більше високих значеннях p_F збільшення надійності системи буде більшим.

20. Для визначення мінімально необхідної ймовірності безвідмовної роботи елементів 12 - 15 (рис. 1) необхідно вирішити рівняння (6) відносно p_{12} при $p_F = 0.5226$. Однак, тому що аналітичне вираження цього рівняння пов'язане з певними труднощами , більш доцільно використати графо-аналітичний метод. Для цього за даними табл. 1 будуємо графік залежності $p_F = f(p_{12})$. Графік представлений на рис. 6.

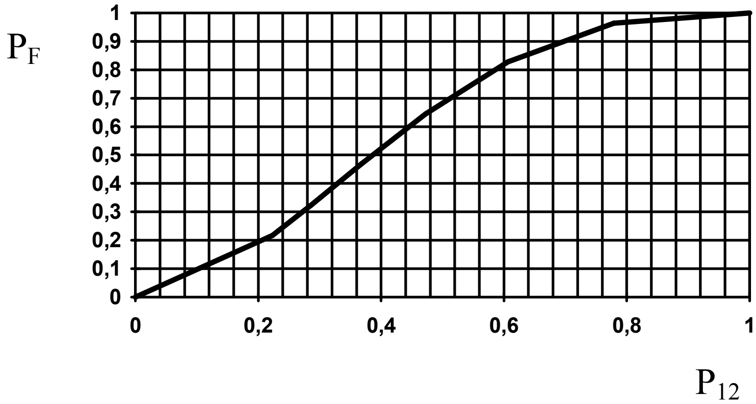


Рис. 6. Залежність імовірності безвідмовної роботи системи “2 з 4” від імовірності безвідмовної роботи її елементів.

21. За графіком при $p_F = 0.5226$ знаходимо $p_{12} \approx 0.4$.

22. Тому що за умовами завдання всі елементи працюють у періоді нормальної експлуатації й підкоряються експонентному закону (10), те для елементів 12 - 15 при $t = 2.85 \cdot 10^6$ знаходимо

$$\lambda'_{12} = \lambda'_{13} = \lambda'_{14} = \lambda'_{15} = -\frac{\ln p_{12}}{t} = -\frac{\ln 0.4}{2.85 \cdot 10^6} = 0.322 \cdot 10^6 \text{год.}^{-1} \quad (12)$$

23. Таким чином, для збільшення γ - процентного наробітку системи необхідно збільшити надійність елементів 12, 13, 14 й 15 і знизити інтенсивність їхніх відмов з 0.5 до $0.322 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$, тобто в 1.55 рази.

24. Результати розрахунків для системи зі збільшеною надійністю елементів 12, 13, 14 й 15 наведені в таблиці 1. Там же наведені розрахункові значення ймовірності безвідмовної роботи системи “2 з 4” F` і системи в цілому P`. При $t = 2.85 \cdot 10^6$ год імовірність безвідмовної роботи системи $P' = 0.5011 \approx 0.5$, що відповідає умовам завдання. Графік наведений на рис 5.

25. Для другого способу збільшення ймовірності безвідмовної роботи системи - структурного резервування - з тих же міркувань (див. п. 18) також вибираємо елемент F, імовірність безвідмовної роботи якого після резервування повинна бути не нижче $p''_F = 0.5226$ (див. формулу (11)).

26. Для елемента F - системи “2 з 4” - резервування означає збільшення загального числа елементів. Аналітично визначити мінімально необхідну кількість елементів неможливо, тому що число елементів повинне бути цілим і функція $p_F = f(n)$ дискретна.

27. Для підвищення надійності системи “2 з 4” додаємо до неї елементи, ідентичні по надійності вихідним елементам 12 - 15, доти, поки ймовірність безвідмовної роботи квазіелементу F не досягне заданого значення.

Для розрахунку скористаємося комбінаторним методом :

- додаємо елемент 16, одержуємо систему “2 з 5”:

$$q_F = \sum_{k=0}^{1} C_5^k p_{12}^k (1-p_{12})^{5-k} = C_5^0 (1-p_{12})^5 + C_5^1 p_{12} (1-p_{12})^4 = \\ = (1-p_{12})^5 + 5p_{12}(1-p_{12})^4 = 0.6528, \quad (13)$$

$$p_F = 1 - q_F = 1 - 0.6528 = 0.3472 < 0.5226; \quad (14)$$

- додаємо елемент 17, одержуємо систему “2 з 6”:

$$q_F = \sum_{k=0}^{1} C_6^k p_{12}^k (1-p_{12})^{6-k} = C_6^0 (1-p_{12})^6 + C_6^1 p_{12} (1-p_{12})^5 =$$
$$= (1-p_{12})^6 + 6p_{12}(1-p_{12})^5 = 0.5566, \quad (15)$$

$$p_F = 1 - q_F = 1 - 0.5566 = 0.4434 < 0.5226; \quad (16)$$

- додаємо елемент 18, одержуємо систему “2 з 7”:

$$q_F = \sum_{k=0}^{1} C_7^k p_{12}^k (1-p_{12})^{7-k} = C_7^0 (1-p_{12})^7 + C_7^1 p_{12} (1-p_{12})^6 =$$
$$= (1-p_{12})^7 + 7p_{12}(1-p_{12})^6 = 0.4689, \quad (17)$$

$$p_F = 1 - q_F = 1 - 0.4689 = 0.5311 > 0.5226; \quad (18)$$

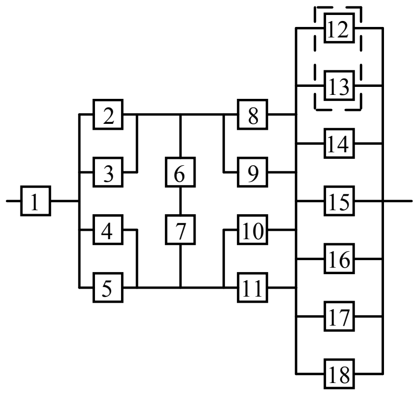


Рис.7. Структурна схема системи після структурного резервування

28. Таким чином, для підвищення надійності до необхідного рівня необхідно у вихідній схемі (рис. 1) систему “2 з 4” добудувати елементами 16, 17 й 18 до системи “2 з 7” (рис. 7).

29. Результати розрахунків імовірностей безвідмовної роботи системи “2 з 7” F" і системи в цілому P" представлені в таблиці 1.

30. Розрахунки показують, що при $t = 2.85 \cdot 10^6$ ч $P'' = 0.5081 > 0.5$, що відповідає умові завдання.

31. На рис. 5 нанесені криві залежностей імовірності безвідмовної роботи системи після підвищення надійності елементів 12 - 15 (крива P') і після структурного резервування (крива P'').

Висновки:

1. На рис. 5 представлена залежність імовірності безвідмовної роботи системи (крива P). Із графіка видно, що 50% - наробіток вихідної системи становить $1.9 \cdot 10^6$ годин.

2. Для підвищення надійності та збільшення 50% - наробітку системи в 1.5 рази (до $2.85 \cdot 10^6$ годин) запропоновані два способи:

а) підвищення надійності елементів 12, 13, 14 й 15 і зменшення їхніх відмов з 0.5 до $0.322 \cdot 10^{-6}$ ч$^{-1}$;

б) навантажене резервування основних елементів 12, 13, 14 й 15 ідентичними по надійності резервними елементами 16, 17 й 18 (рис. 7).

3. Аналіз залежностей імовірності безвідмовної роботи системи від часу (наробітку) (рис. 5) показує, що другий спосіб підвищення надійності системи (структурне резервування) переважніше першого, тому що в період наробітку до $2.85 \cdot 10^6$ годин імовірність безвідмовної роботи системи при структурному резервуванні (крива P'') вище, ніж при підвищенні надійності елементів (крива P').

Кирик Григорій Васильович
Коноплянченко Євген Владиславович

ТЕОРІЯ ТА ТЕХНОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
по виконанню самостійної

**для студентів ОС «Магістр»
спеціальності 208 «Агроінженерія»
денної та заочної форми навчання**

Суми. РВВ. Сумський національний аграрний університет, вул. Герасима Кондратьєва, 160

Підписано до друку ____________р. Формат А5: Гарнітура Times New Roman
Тираж _______ екземплярів Заказ Ум. друк. арк..